Danskernes Historie Online
Danske Slægtsforskeres Bibliotek

## Dette værk er downloadet fra Danskernes Historie Online

**Danskernes Historie Online** er Danmarks største digitaliseringsprojekt af litteratur inden for emner som personalhistorie, lokalhistorie og slægtsforskning. Biblioteket hører under den almennyttige forening Danske Slægtsforskere. Vi bevarer vores fælles kulturarv, digitaliserer den og stiller den til rådighed for alle interesserede.

**Støt Danskernes Historie Online - Bliv sponsor**
Som sponsor i biblioteket opnår du en række fordele. Læs mere om fordele og sponsorat her: https://slaegtsbibliotek.dk/sponsorat

**Ophavsret**
Biblioteket indeholder værker både med og uden ophavsret. For værker, som er omfattet af ophavsret, må PDF-filen kun benyttes til personligt brug.

**Links**
Slægtsforskernes Bibliotek: https://slaegtsbibliotek.dk
Danske Slægtsforskere: https://slaegt.dk

# Om et heelt Tals Oplösning i Factorer.

Af

**O. B. Kielsen,**

Lector ved Sorøe-Akademie.

## Indbydelses-Skrift

til

Examen artium og den offentlige Skole-Examen ved Sorøe-Akademie

den 14de Julii 1841 og følgende Dage.

Kjöbenhavn.

Trykt i det Seidelin'ske Officin, hos Louis Klein,

Store Kjøbmagergade Nr. 65.

# Om et heelt Tals Opløsning i Factorer.

## §. 1.

Da ethvert lige Tal har 2 til Maal, og ethvert Tal, der endes med 5, har 5 til Maal, tages her kun Hensyn til de Tal, der endes med 1; 3; 7 eller 9, og et saadant Tal betegnes i det Følgende med Bogstavet N.

## §. 2.

Dersom intet af de Prim-Tal, der er mindre end $\sqrt{N}$, gaaer op i N, da er N, som bekjendt, et Prim-Tal, forudsat at det ikke er et fuldkomment Qvadrat-Tal.

Dersom intet af de Prim-Tal, der er mindre end $\sqrt[3]{N}$, gaaer op i N, da er, under lignende Forudsætning N, i det Høieste, et Product af tvende virkelige Factorer, hvortil N og 1 ikke regnes.

I Almindelighed, dersom intet af de Prim-Tal, der ere mindre end $\sqrt[n]{N}$, gaaer op i N, da er dette Tal, under samme Forudsætning, i det Høieste et Product af (n—1) virkelige Factorer.

Ved altsaa at dividere N med de Prim-Tal, der vare mindre end $\sqrt[n]{N}$, bestemtes af hvilket Antal virkelige Factorer N i det Høieste kunde være et Product, og tillige, hvis n var = 2, om N var et Prim-Tal eller et deleligt Tal. Men denne Division bliver, især i det sidste, altsaa vigtigste, Tilfælde, saameget vidtløftigere jo større N er. Saavidt muligt at undgaae denne Division og altsaa at gjøre Opløsningen af et heelt Tal i Factorer lettere, er det Maal, nærværende Afhandlings Forfatter har sat sig.

## §. 3.

Endes Tallet N med 1 og betragtes som et Product af tvende Factorer, da endes disse enten begge med 1, eller begge med 9, eller ogsaa den ene Factor endes med 3 og den anden med 7.

Endes Tallet N med 3, da endes enten den ene Factor med 1 og den anden med 3, eller den ene med 7 og den anden med 9.

Endes Tallet N med 7, da endes enten den ene Factor med 1 og den anden men 7, eller den ene med 3 og den anden med 9.

Endes Tallet N med 9, da endes Factorerne enten begge med 3, eller begge med 7, eller ogsaa den ene Factor endes med 1 og den anden med 9.

Betragtedes N som et Product af flere Factorer, vilde der naturligviis finde flere Combinationer Sted med Hensyn til Factorernes Ende-Ciffre; men disse kunne her forbigaaes, da det er klart at den Methode, hvorved N opløses i tvende Factorer, maae dernæst, om det behøves, kunne anvendes paa enhver af disse.

For Kortheds Skyld ville vi i det Følgende betjene os af nedenstaaende Betegninger:

$$N = ..1 \times ..1;\ N = ..9 \times ..9;\ N = ..3 \times ..7;\ N = ..7 \times ..3:\ \text{o. s. v.}$$

hvorved Ende-Ciffrene af Factorerne tilkjendegives, og forsaavidt disse Ciffre ere forskjellige, antages tillige at den første Factor er større end den sidste.

Tages der Hensyn til flere Combinationer af Ende-Ciffre paa een Gang, kunne følgende eller lignende Betegninger anvendes:

$$N = \begin{matrix} ..1 \times ..1 \\ ..9 \times ..9 \end{matrix};\ N = \begin{matrix} ..3 \times ..7 \\ ..7 \times ..3 \end{matrix};\ \text{o. s. v.}$$

## §. 4.

Dersom N er liigt med Forskjellen imellem tvende fuldkomne Qvadrat-Tal, da lader det sig opløse i tvende Factorer. Er nemlig $N = a^2 - b^2$, da er tillige $N = (a + b)(a - b)$, hvoraf Sætningen følger; saaledes er $99 = 100 - 1 = 10^2 - 1^2 = (10 + 1)(10 - 1) = 11 \times 9$.

Jo mindre b er imod a, jo mere nærme Factorerne sig til hverandre, og jo større b er imod a, jo mere bortfjerne de sig fra hverandre. Er $b = 0$, bliver $N = a^2$ og Tallet er da et Product af tvende ligestore Factorer.

## §. 5.

Dersom N er liigt med Productet af tvende Factorer, da er det ogsaa liigt med Forskjellen imellem tvende fuldkomne Qvadrat-Tal. Er nemlig $N = cd$, da er tillige $N = \left(\frac{c+d}{2}\right)^2 - \left(\frac{c-d}{2}\right)^2$, hvoraf Sætningen følger; saaledes er $133 = 19 \times 7 = \left(\frac{19+7}{2}\right)^2 - \left(\frac{19-7}{2}\right)^2 = 13^2 - 6^2$.

Dette gjelder ogsaa om N er et Prim-Tal; thi da er $N = N.1 = \left(\frac{N+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{N-1}{2}\right)^2$; saaledes er $43 = \left(\frac{43+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{43-1}{2}\right)^2 = 22^2 - 21^2$.

Sættes $N = a^2 - b^2$ og tillige $= cd$, da findes deraf $a = \frac{c+d}{2}$ og $b = \frac{c-d}{2}$, som begge blive hele Tal, naar N, efter Forudsætningen, er et ulige Tal.

## §. 6.

Sættes i Almindelighed $N = A - B$, da beroer det paa om vi for A og B kunne finde saadanne Værdier at de blive fuldkomne Qvadrat-Tal, i hvilket Tilfælde N's tvende Factorer kunne bestemmes. Nu staaer det stedse i vor Magt at lade enten A eller B være et fuldkomment Qvadrat-Tal. Antages, for det Første, $A = a^2$, bliver $N = a^2 - B$; men da er tillige $N = (a+u)^2 - (B + 2au + u^2)$, som vi ville sætte $= 'a^2 - 'B$. Det vil altsaa her komme an paa om vi, dersom B ikke allerede er et fuldkomment Quadrat-Tal, for u kunne finde en saadan Værdie at 'B bliver det. For at anvende dette, maatte man følgeligen uddrage Qvadrat-Roden af N, der antages at være et ufuldkomment Qvadrat-Tal, og give a den Værdie, som er 1 større end den fundne Rod. Fra $a^2$ droges dernæst N og Forskjellen var da B. Fandtes det nu at B var et fuldkomment Quadrat-Tal, da kunde N, efter §. 4, opløses i tvende Factorer. Var dette derimod ikke Tilfældet, maatte Tallene i deres naturlige Orden efterhaanden indsættes for u. Blev nu 'B først da et fuldkomment Qvadrat-Tal, naar u blev $= \frac{N+1}{2} - a$, det er naar 'a blev $= \frac{N+1}{2}$, altsaa $B = \left(\frac{N-1}{2}\right)^2$, da var N et Prim-Tal. Skedte det derimod forinden, kunde N, efter det Foregaaende, opløses i tvende virkelige Factorer. For 'a bliver følgeligen Mi-

nimum $= \sqrt{N}$ og Maximum $= \frac{N+1}{2}$. For 'B derimod bliver Minimum $= 0$ og Maximum $= \left(\frac{N-1}{2}\right)^2$.

Af N's tvende Factorer er Maximum for den største $= N$ og Minimum $= \sqrt{N}$, hvorimod den mindste Factors Maximum er $= \sqrt{N}$ og dens Minimum $= 1$.

## §. 7.

Antages dernæst B for at være et fuldkomment Qvadrat-Tal og sættes $= b^2$, da bliver $N = A - b^2$, altsaa tillige $N = (A + 2bv + v^2) - (b + v)^2$, som vi ville sætte $= 'A - 'b^2$. Her kommer det følgeligen an paa om vi, dersom A ikke allerede er et fuldkomment Qvadrat-Tal, for v kunne finde en saadan Værdie at 'A bliver det. Blev 'A nu først da et fuldkomment Qvadrat-Tal naar v blev $= \frac{N-1}{2} - b$, det er naar 'b blev $= \frac{N-1}{2}$, altsaa $'A = \left(\frac{N+1}{2}\right)^2$, da var N et Prim-Tal. Skedte det derimod forinden, kunde N opløses i tvende virkelige Factorer. For 'A bliver altsaa Minimum $= N$ og Maximum $= \left(\frac{N+1}{2}\right)^2$; for 'b derimod bliver Minimum $= 0$ og Maximum $= \frac{N-1}{2}$.

## §. 8.

Dersom det, efter det Foregaaende, var nødvendigt for u eller v at indsætte Tallene i deres naturlige Orden for at bestemme om 'B i første Tilfælde og 'A i sidste blev et fuldkomment Qvadrat-Tal, da blev denne Maade at opløse et Tal i sine Factorer næsten stedse vidtløftigere end den sædvanlige. Vi maae derfor søge at indskrænke Indsætningernes Antal, hvilket for det Første kan skee ved at tage Hensyn til Ende-Cifferne i 'B eller 'A; thi, som bekjendt, kan et fuldkomment Qvadrat-Tal ikke endes med hvilkesomhelst Ciffre og alle de Værdier af u eller v, ved hvis Indsættelse 'B eller 'A kommer til at endes med saadanne Ciffre, kunne følgeligen forbigaaes. Hvilke nu de fire sidste Ciffre i et fuldkomment Qvadrat-Tal maae være, sees af den første Tabel. Derved vil det befindes at man kun behøver at indsætte omtrent een Værdie for u eller v af ser.

## §. 9.

Indsætningernes Antal indskrænkes endnu mere ved følgende Betragtning: Da N er givet, er tillige dets sidste Ciffre givne og, forsaavidt vi allene betragte N som et Product af tvende Factorer, kunne vi bestemme disses sidste Ciffre og derfor ogsaa, efter §. 5, de sidste Ciffre af a og b. Vi finde nemlig disse for a ved at lægge Factorernes sidste Ciffre sammen og dividere Summen med 2, og for b ved at drage samme Ciffre fra hverandre og dividere Forskjellen med 2. Heraf sees at a faaer enkelte Værdier imedens b faaer dobbelte, eftersom nemlig den første eller anden Factor er størst. Opløsningen af Tallet N i tvende Factorer maae derfor i høi Grad lettes ved Tabeller, som angive de sidste Ciffre for a og b, og jo flere Ende-Ciffre Tabellerne udvides til, jo hurtigere vil man komme til Maalet. Her indskrænke vi os til at bestemme de sidste Ciffre for a og b af N's trende Ende-Ciffre. Hvorledes Beregningen er skeet, oplyses ved følgende Exempel.

De trende sidste Ciffre af N være 001. Ville vi nu bestemme Ende-Ciffrene af a og b for de Factorer, der begge endes med 1, da kunne vi, for det Første, ansee $001 = 001 \times 001$, hvoraf a findes enten $= 001$ eller, hvis det 4de sidste Ciffer er ulige, $= 501$. Hvad enten nu, i dette Tilfælde, den ene eller den anden Factor er størst, blive Ende-Ciffrene for b enten 000 eller 500.

Ligeledes kan 001 være $= 011 \times 091$, som giver os a enten $= 051$ eller $= 551$ og, naar den første Factor er større end den anden, $b = 460$ eller $= 960$; finder det Omvendte derimod Sted, bliver $b = 040$ eller $= 540$. Dette ville vi, for Kortheds Skyld, betegne saaledes:

$$001 = 011 \times 091 = \begin{matrix} 051^2 \\ 551^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 460^2 \\ 960^2 \end{matrix} \text{ eller } - \begin{matrix} 040^2 \\ 540^2 \end{matrix}$$

Den fuldstændige Beregning kan nu sees af Nedenstaaende:

$$001 = 001 \times 001 = \begin{matrix} 001^2 \\ 501^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 000^2 \\ 500^2 \end{matrix}$$

$$001 = 011 \times 091 = \begin{matrix} 051^2 \\ 551^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 460^2 \\ 960^2 \end{matrix} \text{ eller } - \begin{matrix} 040^2 \\ 540^2 \end{matrix}$$

$$001 = 021 \times 381 = \begin{matrix} 201^2 \\ 701^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 320^2 \\ 820^2 \end{matrix} \cdots\cdots - \begin{matrix} 180^2 \\ 680^2 \end{matrix}$$

$$001 = 031 \times 871 = \begin{matrix} 451^2 \\ 951^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 080^2 \\ 580^2 \end{matrix} \cdots\cdots - \begin{matrix} 420^2 \\ 920^2 \end{matrix}$$

$$001 = 041 \times 561 = \begin{matrix} 301^2 \\ 801^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 240^2 \\ 740^2 \end{matrix} \cdots\cdots - \begin{matrix} 260^2 \\ 760^2 \end{matrix}$$

$$001 = 051 \times 451 = \begin{matrix} 251^2 \\ 751^2 \end{matrix} - \begin{matrix} 300^2 \\ 800^2 \end{matrix} \cdots\cdots - \begin{matrix} 200^2 \\ 700^2 \end{matrix}$$

Fortsættes denne Beregning, findes det at de 3 sidste Ciffre for a ikkun blive de her bestemte. For b derimod endes de dobbelte Værdier stedse med 00; 20; 40; 60 og 80, hvorimod det 3die sidste Ciffer kan være hvilketsomhest.

Resultatet af det Foregaaende bliver altsaa at for $N = 001 = .. 1 \times .. 1$ kan a kun endes med

001; 201: 301; 501; 701; 801;
051; 251; 451; 551; 751; 951;

og der behøves derfor kun at indsættes 12 Værdier for u af 1000.

Sættes $N = (a + u)^2 - (B + 2au + u^2)$, da kan, forudsat at a har een af ovenstaaende Endelser, for u sættes 50′u og vi faae da $N = (a + 50'u)^2 - (B + 100a'u + 2500'u^2)$.

For b blive Ende-Ciffrene:

00; 20; 40; 60; 80;

Det er 50 brugelige Værdier af 1000.

Sættes $N = (A + 2bv + v^2) - (b + v)^2$, da kan, naar b har een af ovenstaaende Værdier, for v sættes 20′v og vi faae da $N = (A + 40b'v + 400'v^2) - (b + 20'v)^2$.

Paa samme Maade findes at for $N = 001 = .. 9 \times .. 9$, kan a kun endes med

049; 249; 449; 549; 749; 949;
199; 299; 499; 699; 769; 999;

det er igjen 12 brugelige Værdier for a af 1000.

For b blive Ende-Ciffrene som i første Tilfælde.

Ogsaa her bliver enten $N = (a + 50'u) - (B + 100a'u + 2500'u^2)$ eller $N = (A + 40b'v + 400'v^2) - (b + 20'v)^2$.

Endes den ene Factor med 3 og den anden med 7, da bliver 5 det sidste Ciffer for a, hvorimod de tvende sidste kunne være hvilkesomhelst. Her maae altsaa indsættes 100 Værdier for u af 1000.

Er dernæst $N = 001 = .. 3 \times .. 7$, kan b kun endes med

068; 168; 468; 568; 668; 968;

og er $N = .. 7 \times .. 3$ endes b kun med

032; 332; 432; 532; 832; 932:

altsaa kun 6 brugelige Værdier af 1000.

Vi kunne følgeligen sætte enten

$$N = (a + 10'u)^2 - (B + 20a'u + 100'u^2) \text{ eller}$$

$$N = (A + 200b'v + 10000'v) - (b + 100'v)^2$$

forudsat at a eller b har een af ovenstaaende Endelser.

Hvorledes nu Beregningerne udføres for de andre Endelser af N, sees let af det Foregaaende. Den 2den, 3die, 4de og 5te Tabel angive Resultatet.

## §. 10.

Med Hensyn til Beregningen af de sidst anførte Tabeller, har det tjent deels til Lettelse, deels til Berigtigelse

1) At naar N's sidste Ciffer er 1 eller 9, Summen af de første og sidste, af de næstførste og næstsidste, o. s. v., af de Endelser, som staae i samme horisontale Række, bestandig er 1000; saaledes er $001 + 999 = 201 + 799 = 301 + 699 = \ldots\ldots = 1000$.

2) at i enhver enkelt Række er, under samme Forudsætning, de 3 sidste Tal 500 større end de 3 første; saaledes er $501 = 001 + 500$; $701 = 201 + 500$; $801 = 301 + 500$; o. s. v.

3) at naar Summen af tvende Tals Ende-Ciffre er 1000, da vise Tabellerne de samme Ende-Ciffre for a ag b; dog saaledes at de for a i det ene Tilfælde gjelde for b i det andet, og omvendt. Grunden hertil vil sees af det Følgende.

Endnu kan erindres

4) at naar Ende-Cifferet for N er 1 eller 9 og begge Factorerne endes med samme Ciffer, da høre enkelte Værdier af b til dobbelte af a. Endes derimod Factorerne med forskjellige Ciffre, da høre dobbelte Værdier af b til enkelte af a.

5) er N's sidste Ciffer 3 eller 7, da høre baade enkelte Værdier af b til dobbelte af a, og omvendt dobbelte Værdier af b til enkelte af a.

## §. 11.

Sættes $N = a^2 - B$, da er tillige $N = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2)$, hvor B, a og e ere givne og hvor det altsaa kommer an paa at bestemme hvilken Værdie u maae have for at $B + 2aeu + e^2u^2$ kan blive et fuldkomment Qvadrat-Tal.

Sættes $N = A - b^2$, da er ogsaa $N = (A + 2bfv + f^2v^2) - (b + fv)^2$. Her ere A, b og f givne, og det kommer derfor an paa at bestemme en saadan Værdie for v at $A + 2bfv + f^2v^2$ bliver et fuldkomment Qvadrat-Tal.

Af Tabellerne sees at e og f ere enten 10; 20; 50 eller 100 for bestemte Ende-Ciffre af N's tvende Factorer. Dersom nu i første Tilfælde B og i sidste A er et Mangefold af 4; 25 eller 100, det er af $2^2$; $5^2$ eller $10^2$, da vil det befindes at mange af de i Tabellerne angivne Værdier for u eller v ikke kunne gjøre 'B eller 'A til fuldkomne Qvadrat-Tal og derfor kunne forbigaaes. Endes derimod B eller A med 1 eller 9, vil en saadan Lettelse ikke finde Sted og man maae da undertiden for u eller v indsætte Tallene i deres naturlige Orden.

De her angivne Former, nemlig $N = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2)$ og $N = (A + 2bfv + f^2v^2) - (b + fv)^2$ angive kun een eller tvende Combinationer for N's tvende Factorer. Ville vi have en Formel, som paa een Gang gjelder for alle Combinationer af N's tvende Factorer, da kunne vi sætte $N = (a + x)^2 - (B + 2ax + x^2)$ eller $N = (A + 2by + y^2) - (b + y)^2$, hvor der for a eller b maae sættes den mindste brugelige Værdie, som Tabellerne angive.

## §. 12.

Af Ligningen $N = a^2 - B$ findes $N = (a + \sqrt{B})\,(a - \sqrt{B})$ og af Ligningen $N = A - b^2$ findes $N = (\sqrt{A} + b)\,(\sqrt{A} - b)$. Er nu B i første Tilfælde og A i sidste et ufuldkomment Qvadrat-Tal og tillige ingen brugelig Værdie for u; v; x eller y er forbigaaet, da er det derved afgjort at af N's tvende Factorer, forsaavidt de med Hensyn til Ende-Ciffrene høre til den brugte Form, den største maae være større end $a + \sqrt{B}$ eller $\sqrt{A} + b$ og at den mindste maae være mindre end $a - \sqrt{B}$ eller $\sqrt{A} - b$. Heraf følger, under ovenstaaende Forudsætning, at ingen af N's Factorer kan falde imellem $a + \sqrt{B}$ og $a - \sqrt{B}$ eller imellem $\sqrt{A} + b$ og $\sqrt{A} - b$. Vi sættes derved i Stand til at bestemme Grændsen for N's mindste Faetor.

Vilde man forud bestemme hvorvidt Beregningen maatte udføres for at afgjøre om den mindste af N's Factorer var mindre end et givet Tal d, da beroer det paa at bestemme den høieste Værdie hvortil u; v; x eller y skal beregnes. Denne Bestemmelse kan skee saaledes: Lad N divideret med d give i hele Tal c til Qvotient, da er tilnærmelsesviis $N = cd$, altsaa tillige $N = \left(\frac{c+d}{2}\right)^2 - \left(\frac{c-d}{2}\right)^2$ eller, om vi ville, $N = {}'a^2 - {}'b^2$. Er dernæst

1) $N = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2)$ bliver $u = \frac{c + d - 2a}{2e} = \frac{'a - a}{e}$

2) $N = (A + 2bfv + f^2v^2) - (b + fv)^2 \ldots\ldots v = \frac{c - d - 2b}{2f} = \frac{'b - b}{f}$

3) $N = (a + x)^2 - (B + 2ax + x^2)$ bliver $x = \frac{c + d - 2a}{2} = 'a - a$

4) $N = (A + 2by + y^2) - (b + y)^2 \ldots\ldots y = \frac{c - d - 2b}{2} = 'b - b.$

Af de her fundne Værdier for u; v; x og y kan igjen Indsætningernes Antal beregnes og deraf tillige Formlernes større eller mindre Brugbarhed bestemmes, da denne i Særdeleshed beroer paa Antallet af de nødvendige Indsætninger. Dersom vi ved Bogstavet g betegner Antallet af de Værdier for u, der iblandt 1000 ere brugelige, og ved h Indsætningernes Antal, da er $g : 1000 = h : u$, altsaa $h = \frac{gu}{1000}$. Samme Formel gjelder, som let sees, for v; x og y.

Samme Formler kunne ogsaa tjene til at bestemme hvorvidt Beregningen maae føres for at den største af N's tvende Factorer kan være f. Ex. m Gange saa stor som den mindste. Skal nemlig c tilnærmelsesviis være $= md$, bliver $N = md^2$, altsaa $d = \sqrt{\frac{1}{m} N} = \frac{1}{m}\sqrt{mN}$ og $c = md = \sqrt{mN}$, som indsatte give os:

$$u = \frac{(m+1)\sqrt{mN} - 2ma}{2me}; \qquad v = \frac{(m-1)\sqrt{mN} - 2mb}{2mf};$$

$$x = \frac{(m+1)\sqrt{mN} - 2ma}{2m}; \qquad y = \frac{(m-1)\sqrt{mN} - 2mb}{2m}.$$

## §. 13.

Deels til Oplysning af det Foregaaende og deels til Brug i det Følgende, ville vi her anføre en Deel Exempler og dertil vælge saadanne, der ogsaa for andre Tal kunne angive Forholdet imellem de brugelige Værdier af u; v; x samt y og alle Værdier. For Sammenligningens Skyld ere tillige Tal valgte, som ikke ere meget forskjellige fra hverandre. Da dernæst den til Beregningerne anvendte Tid er et vigtigt Moment til Bedømmelsen af Methodens Brugbarhed, er den ved Slutningen af hver enkelt Beregning angivet og regnes fra den foregaaende Stjerne.

* **1ste Exempel.** $N = 9737801 = 3120^2 + 3401$

α) $9737801 = ..1 \times ..1 = 3151^2 - 191000 = (3151 + 50u)^2 - 100(1910 + 3151u + 25u^2)$

Ved nu at tage Hensyn til de Endelser, som et fuldkomment Qvadrat-Tal, efter den første Tabel, kan have, findes at de brugelige Værdier af u blive følgende:

090; 190; 490; 590; 690; 990; ....; 31; 51; 111; 131; ....; 54; 74; 134; 154; ....;
115; 215; 315; 615; 715; 815; ....; 6; 26; 86; 106; ....; 19; 79; 99; 159; ....;

Af 1000 Værdier for u ere saaledes kun 112 brugelige; det er 112 Tillæg af 50000 eller, for det Følgendes Skyld, 224 Tillæg af 100000. Efter Tabellen derimod skulde 12 Værdier af 1000 eller 1200 af 100000 bruges. Ved denne Undersøgelse kunne derfor mere end $^4/_5$ af Tabellens Værdier forbigaaes. — At u ikke kan endes med 2; 3; 7 eller 8 viser allerede Tabellen.

For $d = 100$, bliver $u = 912$; $g = 112$ og $h = 102$. (32 M.).

**Anmærkning.** Af de Værdier for u, der endes med 0 eller 5, ville en stor Deel falde bort, dersom der ikke allene, som her, tages Hensyn til de 3 sidste Ciffre, men ogsaa til nogle af de foregaaende. Da imidlertid dette vilde kræve en noget vidtløftigere Beregning og da i Særdeleshed Regelmæssigheden i de anførte Værdier derved vilde gaae tabt, har jeg ikke anseet det passende at drive Beregningen videre. Det Samme gjelder ved lignende Tilfælde i det Følgende.

* β) $9737801 = ..9 \times ..9 = 3149^2 - 178400 = (3149 + 50u)^2 - 100(1784 + 3149u + 25u^2)$

De brugelige Værdier af u blive her:

40; 60; 120; 140; ....; 3; 63; 83; 143; ....; 184; 284; 384; 684; 784; 884; ....;
15; 35; 95; 115; ....; 8; 28; 88; 108; ....; 059; 159; 259; 559; 659; 759; ....;

For Resten Alt som i α. (34 M.).

* γ) $9737801 = \begin{matrix} ..1 \times ..1 \\ ..9 \times ..9 \end{matrix} = 9738201 - 20^2 = (9738201 + 800v + 400v^2) - (20 + 20v)^2$

Her blive de brugelige Værdier af v Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 1 Tillæg af 20 eller 5000 af 100000.

For $d = 100$, bliver $v = 2410$; $g = 1000$ og $h = v = 2410$. (8 M.).

* δ) $9737801 = ..3 \times ..7 = 9766025 - 168^2 = 25(390641 + 1344v + 400v^2) - (168 + 100v)^2$

De brugelige Værdier af v blive:

0; 10; 20; 30; ....; 111; 211; 311; 611; 711; 811; ....; 2; 12; 22; 32; ....;
061; 361; 461; 561; 861; 961; ....;
5; 15; 25; 35; ....; 236; 336; 436; 736; 836; 936; ....; 7; 17; 27; 37; ....;
086; 186; 486; 586; 686; 986; ...∴;

det er 424 brugelige Værdier for v af 1000, altsaa 424 Tillæg af 100000. Tabellerne angive 6 af 1000, det er 600 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $v = 485$, $g = 424$ og $h = 206$. (32 M.).

* ε) $9737801 = ..7 \times ..3 = 9755225 - 132^2 = 25(397209 + 1056v + 400v^2) - (132 + 100v)^2$

De brugelige Værdier af v blive:

0; 10; 20; 30; ....; 011; 311; 411; 511; 811; 911; ....; 2; 12; 22; 32; ....;
061; 161; 261; 561; 661; 761; ....;

5; 15; 25; 35; ....; 036; 136; 436; 536; 636; 936; ....; 7; 17; 27; 37; ....;
186; 286; 386; 686; 786; 886; ....;

For Resten Alt som i δ. (32 M.).

$$*\zeta)\ 9737801 = \begin{matrix} ..3 \times ..7 \\ ..7 \times ..3 \end{matrix} = 3125^2 - 27824 = (3125 + 10u)^2 - 4(6956 + 15625u + 25u^2).$$

De brugelige Værdier af u blive:

20; 40; 100; 120;..; 11; 71; 91; 151;..; 52; 72; 132; 152;..; 23; 43; 103; 123;..; 4; 24; 84; 104;..;
55; 75; 135; 155;..; 36; 56; 116; 136;..; 7; 27; 87; 107;..; 8; 68; 88; 148;..; 39; 59; 119; 139;..;
altsaa 250 brugelige Værdier for u af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $u = 4562$; $g = 250$ og $h = 1141$. (32 M.).

$$*\eta.\ 1)\ 9737801 = 3125^2 - 27824 = (3125 + x)^2 - (27824 + 6250x + x^2).$$

De brugelige Værdier for x blive:

0; 30; 40; 70; ....; 024; 224; 424; 524; 724; 924; ....; 026; 226; 326; 526; 726; 826; ....;
174; 274; 474; 674; 774; 974; ....; 076; 276; 476; 576; 776; 976; ....;
det er 74 brugelige Værdier for x af 1000, altsaa 7400 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $x = 45614$; $g = 74$ og $h = 3375$. (25 M.).

Da den her brugte Formel gjelder for alle Combinationer af N's tvende Factorer, med Hensyn til disses Ende-Ciffre, maae $3125 + x$ kunne fyldestgjøre Formlerne i α; β og ζ. Men af $3125 + x = 3151 + 50u$, findes $x = 50u + 26$; af $3125 + x = 3149 + 50u$, findes $x = 50u + 24$ og af $3125 + x = 3125 + 10u$, findes $x = 10u$, hvoraf sees at x i alle Tilfælde er deleligt med 2. Vi kunne derfor sætte $x = 2'x$. Derved faae vi

$$*\eta.\ 2)\ 9737801 = (3125 + 2'x)^2 - 4(6956 + 3125'x + 'x^2)$$

og de brugelige Værdier af 'x blive da:

20; 40; 100; 120; ....; 012; 112; 212; 512; 612; 712; ....; 163; 263; 363; 663; 763; 863; ....;
35; 55; 115; 135; ....; 087; 387; 487; 587; 887; 987; ....; 288; 388; 488; 788; 888; 988; ....;
det er 74 brugelige Værdier for x af 1000, altsaa 3700 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $'x = 22807$; $g = 74$ og $h = 1688$. (34 M.).

$$*\vartheta.\ 1)\ 9737801 = 9738201 - 20^2 = (9738201 + 40y + y^2) - (20 + y)^2.$$

De brugelige Værdier for y blive:

0; 20; 40; 60; ....; 112; 212; 312; 612; 712; 812; ....; 148; 248; 348; 648; 748; 848; ....;
det er 62 Værdier for y af 1000, altsaa 6200 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 48199$; $g = 62$ og $h = 2989$. (24 M.).

Ogsaa her maae, af den nylig anførte Grund, $20 + y$ kunne fyldestgjøre Formlerne i γ; δ og ε. Men af $20 + y = 20 + 20v$, findes $y = 20v$; af $20 + y = 168 + 100v$,

findes $y = 100v + 148$ og af $20 + y = 132 + 100v$, findes $y = 100v + 112$, hvoraf sees at y i alle Tilfælde er deleligt med 4. Vi kunne derfor sætte $y = 4'y$ og faae da

* $\vartheta$. 2) $9737801 = (9738201 + 160'y + 16'y^2) - (20 + 4'y)^2$

og de brugelige Værdier af 'y blive her

0; 10; 20; 30; ....; 212; 312; 412; 712; 812; 912; ....; 203; 303; 403; 703; 803; 903; ....;
062; 162; 462; 562; 662; 962; ....; 053; 153; 453; 553; 653; 953; ....;
5; 15; 25; 35; ....; 037; 337; 437; 537; 837; 937; ....; 028; 328; 428; 528; 828; 928; ....;
087; 187; 287; 587; 687; 787; ....; 078; 178; 278; 578; 678; 778; ....;

det er 248 brugelige Værdier for 'y af 1000, altsaa 6200 Tillæg af 100000.

For $b = 100$, bliver $'y = 12050$; $g = 248$ og $h = 2989$ som i $\vartheta$. 1. (35 M.).

## §. 14.

* 2det **Exempel.** $N = 9787301 = 3128^2 + 2917$.

$\alpha$) $9787301 = ..1 \times ..1 = 3151^2 - 141500 = (3151 + 50u)^2 - 100\,(1415 + 3151u + 25u^2)$.

210; 610; 810; 1210; ....; 31; 71; 111; 151; ....; 34; 74; 114; 154; ....;
335; 735; 935; 1335; ....; 26; 66; 106; 146; ....; 39; 79; 119; 159; ....;

det er 106 brugelige Værdier for u af 1000, altsaa 212 Tillæg af 100000.

For $b = 100$, bliver $u = 917$; $g = 106$ og $h = 98$. (20 M.).

* $\beta$) $9787301 = ..9 \times ..9 = 3149^2 - 128900 = (3149 + 50u)^2 - 100\,(1289 + 3149u + 25u^2)$.

0; 40; 80; 120; ....; 3; 43; 83; 123; ....; 064; 264; 664; 1064; ....;
35; 75; 115; 155; ...; 8; 48; 88; 128; ...; 139; 539; 939; 1139; ....;

For Resten Alt som i $\alpha$. (18 M.).

* $\gamma$) $9787301 = \begin{matrix} ..1 \times ..1 \\ ..9 \times ..9 \end{matrix} = 9787401 - 10^2 = (9787401 + 400v + 400v^2) - (10 + 20v)^2$.

Her blive Værdierne af v Tallene i deres naturlige Orden; altsaa 1 Tillæg af 20 eller 5000 af 100000.

For $b = 100$, bliver $v = 2426$; $g = 1000$ og $h = v = 2426$. (8 M.).

* $\delta$) $9787301 = ..3 \times ..7 = 9787625 - 18^2 = 25\,(391505 + 144v + 400v^2) - (18 + 100v)^2$

130; 230; 330; 630; 730; 830; ....; 1; 11; 21; 31; ....; 4; 14; 24; 34; ....;
080; 380; 480; 580; 880; 980; ....;
005; 105; 205; 505; 605; 705; ....; 6; 16; 26; 36; ....; 9; 19; 29; 39; ....;
255; 355; 455; 755; 855; 955; ....;

altsaa 424 brugelige Værdier for v af 1000 og 424 Tillæg af 100000.

For $b = 100$, bliver $v = 489$; $g = 424$ og $h = 208$. (20 M.).

* $\varepsilon$) $9787301 = ..7 \times ..3 = 9794025 - 82^2 = 25(391761 + 656v + 400v^2) - (82 + 100v)^2$

0; 10; 20; 30; ....; 3; 13; 23; 33; ....; 044; 144; 244; 544; 644; 744; ....;
294; 394; 494; 794; 894; 994; ....;
5; 15; 25; 35; ....; 8; 18; 28; 38; ....; 019; 119; 419; 519; 619; 919; ....;
169; 269; 369; 669; 769; 869; ....;

For Resten Alt som i $\delta$. (10 M.).

* $\zeta$) $9787301 = \begin{matrix} ..3 \times ..7 \\ ..7 \times ..3 \end{matrix} = 3135^2 - 40924 = (3135 + 10u)^2 - 4(10231 + 15675u + 25u^2)$

10; 50; 90; 130; ...; 11; 51; 91; 131; ...; 2; 42; 82; 122; ...; 3; 43; 83; 123; ...; 34; 74; 114; 154; ...;
35; 75; 115; 155; ..; 26; 66; 106; 146; ..; 27; 67; 107; 147; ..; 18; 58; 98; 138; ..; 19; 59; 99; 139; ...;
altsaa 250 brugelige Værdier for u af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 4586$; $g = 250$ og $\mathfrak{h} = 1147$. (30 M.).

* $\eta$. 1) $9787301 = 3135^2 - 40924 = (3135 + x)^2 - (40924 + 6270x + x^2)$

20; 30; 60; 70; ....; 014; 214; 414; 514; 714; 914; ....; 016; 216; 316; 516; 716; 816; ....;
164; 264; 464; 664; 764; 964; ....; 066; 266; 466; 566; 766; 966; ....;

altsaa 74 brugelige Værdier for x af 1000, det er 7400 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 45852$; $g = 74$ og $\mathfrak{h} = 3393$. (22 M.).

* $\eta$. 2) $9787301 = (3135 + 2x)^2 - 4(10231 + 3135x + x^2)$

10; 50; 90; 130; ....; 082; 482; 882; 1082; ....; 383; 783; 983; 1383; ....;
15; 55; 95; 135; ....; 007; 207; 607; 1007; ....; 258; 658; 858; 1258; ....;

altsaa 62 brugelige Værdier for x af 1000 og 3100 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 22926$; $g = 62$ og $\mathfrak{h} = 1422$. (24 M.).

* $\vartheta$. 1) $9787301 = 9787401 - 10^2 = (9787401 + 20y + y^2) - (10 + y)^2$

0; 20; 40; 60; ....; 072; 372; 472; 572; 872; 972; ....; 008; 108; 408; 508; 608; 908; ....;

det er 62 brugelige Værdier for y af 1000 og 6200 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 48877$; $g = 62$ og $\mathfrak{h} = 3031$. (16 M.).

* $\vartheta$. 2) $9787301 = (9787401 + 80y + 16y^2) - (10 + 4y)^2$

0; 10; 20; 30; ....; 002; 102; 402; 502; 602; 902; ....; 143; 243; 343; 643; 743; 843; ....;
152; 252; 352; 652; 752; 852; ....; 093; 393; 493; 593; 893; 993; ....;
5; 15; 25; 35; ....; 027; 127; 227; 527; 627; 727; ....; 018; 118; 218; 518; 618; 718; ....;
277; 377; 477; 777; 877; 977; ....; 268; 368; 468; 768; 868; 968; ....;

det er 248 brugelige Værdier for y af 1000 og 6200 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 12220$; $g = 248$ og $\mathfrak{h} = 3031$ som i $\vartheta$. 1. (24 M.).

## §. 15.

* 3die Exempel. $N = 9778031 = 3126^2 + 6155.$

α) $9778031 = ..1 \times ..1 = 3216^2 - 564625 = (3216 + 100u)^2 - 25\,(22585 + 25728u + 400u^2)$

130; 230; 430; 630; 730; 930; ....; 2; 12; 22; 32; ....; 3; 13; 23; 33; ....;
180; 380; 480; 680; 880; 980; ....;
005; 105; 305; 505; 605; 805; ....; 7; 17; 27; 37; ....; 8; 18; 28; 38; ....;
055; 255; 355; 555; 755; 855; ....;

det er 424 brugelige Værdier for u af 1000 og 424 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 458$; $g = 424$ og $\mathfrak{h} = 195$. (20 M.).

* β) $9778031 = ..9 \times ..9 = 3284^2 - 1006625 = (3284 + 100u)^2 - 25(40265 + 26272u + 400u^2)$

130; 330; 430; 630; 830; 930; ....; 2; 12; 22; 32; ....; 3; 13; 23; 33; ....;
080; 180; 380; 580; 680; 880; ....;
005; 205; 305; 505; 705; 805; ....; 7; 17; 27; 37; ....; 8; 18; 28; 38; ....;
055; 255; 455; 555; 755; 955; ....;

For Resten Alt som i α. (20 M.).

* γ) $9778031 = \begin{matrix} ..1 \times ..1 \\ ..9 \times ..9 \end{matrix} = 9778056 - 5^2 = 4\,(2444514 + 25v + 25v^2) - (5 + 10v)^2$

10; 30; 90; 110; ..; 1; 21; 81; 101; ..; 42; 62; 122; 142; ..; 33; 53; 113; 133; ..; 14; 74; 94; 154; ..;
5; 65; 85; 145; ..; 26; 46; 106; 126; ..; 17; 37; 97; 117; ..; 58; 78; 138; 158; ..; 49; 69; 129; 149; ..;

det er 250 brugelige Værdier for v af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 4884$; $g = 250$ og $\mathfrak{h} = 1221$. (24 M.).

* δ) $9778031 = ..3 \times ..7 = 9782000 - 63^2 = 100\,(97820 + 63v + 25v^2) - (63 + 50v)^2$

060; 160; 360; 560; 660; 860; ....; 12; 72; 92; 152; ....; 13; 33; 93; 113; ....;
185; 285; 485; 685; 785; 985; ....; 17; 77; 97; 157; ....; 8; 28; 88; 108; ....;

det er 112 brugelige Værdier for v af 1000 og 224 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 976$; $g = 112$ og $\mathfrak{h} = 110$. (28 M.).

* ε) $9778031 = ..7 \times ..3 = 9779400 - 37^2 = 100\,(97794 + 37v + 25v^2) - (37 + 50v)^2$

50; 70; 130; 150; ....; 1; 61; 81; 141; ....; 013; 213; 313; 513; 713; 813; ....;
45; 65; 125; 145; ....; 6; 66; 86; 146; ....; 138; 338; 438; 638; 838; 938; ....;

For Resten Alt som i δ. (26 M.).

* ζ) $9778031 = \begin{matrix} ..3 \times ..7 \\ ..7 \times ..3 \end{matrix} = 3140^2 - 81569 = (3140 + 20u)^2 - (81569 + 125600u + 400u^2)$

Her blive de brugelige Værdier af u Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 5000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 2290$; $g = 1000$ og $\mathfrak{h} = u = 2290$. (8 M.).

* $\eta$. 1) $9778031 = 3140^2 - 81569 = (3140 + x)^2 - (81569 + 6280x + x^2)$

0; 20; 40; 60; ...; 144; 344; 444; 644; 844; 944; ...; 076; 276; 376; 576; 776; 876; ...;

det er 62 brugelige Værdier for x af 1000 og 6200 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $x = 45800$; $g = 62$ og $h = 2840$. (22 M.).

* $\eta$. 2) $9778031 = (3140 + 4x)^2 - (81569 + 25120x + 16x^2)$

0; 10; 20; 30;....; 031; 231; 331; 531; 731; 831;....; 014; 214; 314; 514; 714; 814;....;
081; 281; 481; 581; 781; 981;....; 064; 264; 464; 564; 764; 964;....;
5; 15; 25; 35;....; 106; 206; 406; 606; 706; 906;....; 139; 339; 439; 639; 839; 939;....;
156; 356; 456; 656; 856; 956;....; 089; 189; 389; 589; 689; 889;....;

det er 248 brugelige Værdier for x af 1000 og 6200 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $x = 11450$; $g = 248$ og $h = 2840$ som i $\eta$. 1. (24 M.).

$\vartheta$. 1) $9778031 = 9778056 - 5^2 = (9778056 + 10y + y^2) - (5 + y)^2$

10; 20; 50; 60;....; 032; 332; 432; 532; 832; 932;....; 208; 308; 408; 708; 808; 908;....;
082; 182; 282; 582; 682; 782;....; 058; 158; 458; 558; 658; 958;....;

det er 74 brugelige Værdier for y af 1000 og 7400 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 48835$; $g = 74$ og $h = 3614$. (16 M.).

* $\vartheta$. 2) $9778031 = 4(2444514 + 5y + y^2) - (5 + 2y)^2$

50; 70; 130; 150;....; 041; 141; 341; 541; 641; 841;....; 154; 354; 454; 654; 854; 954;....;
5; 25; 85; 105;....; 166; 266; 466; 666; 766; 966;....; 029; 229; 339; 529; 729; 829;....;

det er 74 brugelige Værdier for y af 1000 og 3700 Tillæg af 100000.

For $d = 100$ bliver $y = 24418$; $g = 74$ og $h = 1807$. (24 M.).

## §. 16.

* **4de Exempel.** $N = 9708731 = 3115^2 + 5506$.

$\alpha$) $9708731 = ..1 \times ..1 = 3266^2 - 958025 = (3266 + 100u)^2 - 25(38321 + 26128u + 400u^2)$

0; 10; 20; 30;....; 1; 11; 21; 31;....; 143; 243; 443; 643; 743; 943;....;
193; 393; 493; 693; 893; 993;....;
5; 15; 25; 35;....; 6; 16; 26; 36;....; 018; 118; 318; 518; 618; 818;....;
068; 268; 368; 568; 768; 868;....;

det er 424 brugelige Værdier for u af 1000 og 424 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $u = 454$; $g = 424$ og $h = 193$. (16 M.).

* $\beta$) $9708731 = ..9 \times ..9 = 3134^2 - 113225 = (3134 + 100u)^2 - 25(4529 + 25072u + 400u^2)$

0; 10; 20; 30;....; 1; 11; 21; 31;....; 043; 243; 443; 543; 743; 943;....;
193; 293; 493; 693; 793; 993;....;

5; 15; 25; 35;....; 6; 16; 26; 36;....; 118; 318; 418; 618; 818; 918;....;
068; 168; 368; 568; 668; 868;....;

For Resten Alt som i $\alpha$. (13 M.).

$$*\gamma)\ 9708731 = \begin{matrix} ..1 \times ..1 \\ ..9 \times ..9 \end{matrix} = 9708756 - 5^2 = 4\,(2427189 + 25v + 25v^2) - (5 + 10v)^2$$

20; 60; 100; 140;..; 11; 51; 91; 131;..; 12; 52; 92; 132;..; 3; 43; 83; 123;..; 4; 44; 84; 124;..;
35; 75; 115; 155;..; 36; 76; 116; 156;..; 27; 67; 107; 147;..; 28; 68; 108; 148;..; 19; 59; 99; 139;..;
det er 250 brugelige Værdier for v af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 4849$; $\mathfrak{g} = 250$ og $\mathfrak{h} = 1213$. (23 M.).

$$*\delta)\ 9708731 = ..3 \times ..7 = 9708900 - 13^2 = 100\,(97089 + 13v + 25v^2) - (13 + 50v)^2$$

0; 40; 80; 120;....; 072; 272; 872; 1072;....; 24; 64; 104; 144;....;
35; 75; 115; 155;....; 147; 747; 947; 1147;....; 19; 59; 99; 139;....;
det er 106 brugelige Værdie for v af 1000 og 212 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 970$; $\mathfrak{g} = 106$ og $\mathfrak{h} = 103$. (18 M.).

$$*\varepsilon)\ 9708731 = ..7 \times ..3 = 9710100 - 37^2 = 100\,(97101 + 37v + 25v^2) - (37 + 50v)^2$$

20; 60; 100; 140; ....; 052; 252; 852; 1052; ....; 4; 44; 84; 124; ....;
15; 55; 95; 135; ....; 127; 727; 927; 1127; ....; 39; 79; 119; 159; ...;

For Resten som i $\delta$. (15 M.).

$$*\zeta)\ 9708731 = \begin{matrix} ..3 \times ..7 \\ ..7 \times ..3 \end{matrix} = 3130^2 - 88169 = (3130 + 20u)^2 - (88169 + 125200u + 400u^2)$$

Her blive de brugelige Værdier af u Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 5000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 2274$; $\mathfrak{g} = 1000$ og $\mathfrak{h} = u = 2274$. (8 M.).

$$*\eta.\,1)\ 9708731 = 3130^2 - 88169 = (3130 + x)^2 - (88169 + 6260x + x^2)$$

0; 20; 40; 60;....; 004; 104; 304; 504; 604; 804;....; 136; 236; 436; 636; 736; 936;....;
det er 62 brugelige Værdier for x af 1000 og 6200 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 45464$; $\mathfrak{g} = 62$ og $\mathfrak{h} = 2819$. (20 M.).

$$*\eta.\,2)\ 9708731 = (3130 + 4x)^2 - (88169 + 25040x + 16x^2)$$

0; 10; 20; 30;....; 001; 201; 401; 501; 701; 901;....; 034; 234; 434; 534; 734; 934;....;
151; 251; 451; 651; 751; 951;....; 184; 284; 484; 684; 784; 984;....;
5; 15; 25; 35;....; 026; 126; 326; 526; 626; 826;....; 109; 309; 409; 609; 809; 909;....;
076; 276; 376; 576; 776; 876;....; 059; 159; 359; 559; 659; 859;....;
det er 248 brugelige Værdier for x af 1000 og 6200 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 11366$; $\mathfrak{g} = 248$ og $\mathfrak{h} = 2819$ som i $\eta.\,1$. (24 M.).

* $\vartheta$. 1) $9708731 = 9708756 - 5^2 = (9708756 + 10y + y^2) - (5 + y)^2$

0; 30; 40; 70;....; 032; 132; 232: 532; 632; 732;....; 008; 108; 208; 508; 608; 708;....;
282; 382; 482; 782; 882; 982;....; 258; 358; 458; 758; 858; 958;....;

det er 74 brugelige Værdier for y af 1000 og 7400 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 48489$; $g = 74$ og $h = 3589$. (15 M.).

* $\vartheta$. 2) $9708731 = 4\,(2427189 + 5y + y^2) - (5 + 2y)^2$

20; 60; 100; 140;....; 191; 391; 991; 1191;....; 004; 604; 804; 1004;....;
15; 55; 95; 135;....; 116; 316; 516; 1116;....; 479; 679; 879; 1479;....;

det er 62 brugelige Værdier for y af 1000 og 3100 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 24245$; $g = 62$ og $h = 1504$. (24 M.).

## §. 17.

Med Hensyn til de i de foregaaende Paragrapher beregnede Exempler kan Følgende bemærkes:

1) For de Tal der endes med 1 eller 9 vil Forholdet imellem de brugelige Tillæg til a eller b og alle Tillæg befindes at være det samme som i de anførte Exempler, dog saaledes at naar det næstsidste Ciffer i N er lige, bliver Forholdet som i de tvende første, og naar samme Ciffer er ulige, som i de tvende sidste Exempler.

2) For samme Ende-Ciffre i N kan Beregningen udføres enten efter de 4 Formler under $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$, eller efter de 2de under $\gamma$ og $\zeta$, eller endeligen efter een af de 4 sidste Formler under $\eta$. 1; $\eta$. 2; $\vartheta$. 1 og $\vartheta$. 2.

3) Af disse Beregnings-Maader kan den efter $\gamma$ og $\zeta$ mindst bruges, da den udkræver omtrent 6 Gange saamange Indsætninger som $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ tilsammentagne, og omtrent dobbelt saamange som den fordeelagtigste af de 4 sidste Formler.

4) Det Samme er Tilfældet med $\vartheta$. 2 naar det næstsidste Ciffer i N er lige og med $\eta$. 2 naar samme Ciffer er ulige.

5) Hvilken af de øvrige Beregnings-Maader der hurtigst fører til Maalet vil først kunne afgjøres i det Følgende.

## §. 18.

* **5te Exempel.** $N = 9731807 = 3119^2 + 3646$.

$\alpha$) $9731807 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..7 \times ..1 \end{matrix} = 3124^2 - 27569 = (3124 + 20u)^2 - (27569 + 124960u + 400u^2)$

hvor de brugelige Værdier for u blive Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 5000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 2280$; $g = 1000$ og $\mathfrak{h} = u = 2280$. (10 M.).

* β) $9731807 = \begin{matrix} ..3 \times ..9 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 3136^2 - 102689 = (3136 + 20u)^2 - (102689 + 125440u + 400u^2)$

For Resten Alt som i α. (8 M.).

* γ) $9731807 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..3 \times ..9 \end{matrix} = 9731856 - 7^2 = 4\,(2432964 + 35v + 25v^2) - (7 + 10v)^2$

0; 20; 80; 100;..; 1; 21; 81; 101;..; 32; 52; 112; 132;..; 33; 53; 113; 133;..; 4: 64; 84; 144;..; 5; 65; 85; 145;..; 16; 36; 96; 116;..; 17; 37; 97; 117;..; 48; 68; 128; 148;..; 49; 69; 129; 149;..; det er 250 brugelige Værdier for v af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 4860$; $g = 250$ og $\mathfrak{h} = 1215$. (40 M.).

* δ) $9731807 = \begin{matrix} ..7 \times ..1 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 9731816 - 3^2 = 4\,(2432954 + 15v + 25v^2) - (3 + 10v)^2$

10; 30; 90; 110;..; 11; 31; 91; 111;..; 42; 62; 122; 142;..; 43; 63; 123; 143;..; 14; 74; 94; 154;..; 15; 75; 95; 155;..; 26; 46; 106; 126;..; 27; 47; 107; 127;..; 58; 78; 138; 158;..; 59; 79; 139; 159;..;

For Resten som i γ. (30 M.).

* ε. 1) $9731807 = 3124^2 - 27569 = (3124 + x)^2 - (27569 + 6248x + x^2)$

0; 20; 40; 60;....; 12; 32; 52; 72;....;

det er 100 brugelige Værdier for x af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 45585$; $g = 100$ og $\mathfrak{h} = 4559$. (15 M.).

* ε. 2) $9731807 = (3124 + 4x)^2 - (27569 + 24992x + 16x^2)$

0; 10; 20; 30;....; 3; 13; 23; 33;....; 5; 15; 25; 35;....; 8; 18; 28; 38;....;

det er 400 brugelige Værdier for x af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 11397$; $g = 400$ og $\mathfrak{h} = 4559$ som i ε. 1. (20 M.).

* ζ. 1) $9731807 = 9731816 - 3^2 = (9731816 + 6y + y^2) - (3 + y)^2$

20; 30; 60; 70;....; 4; 14; 44; 54;....;

det er 100 brugelige Værdier for y af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 48606$; $g = 100$ og $\mathfrak{h} = 4861$. (15 M.).

* ζ. 2) $9731807 = 4\,(2432954 + 3y + y^2) - (3 + 2y)^2$

50; 70; 130; 150;....; 2; 22; 82; 102;....; 55; 75; 135; 155;....; 7; 27; 87; 107;....;

det er 100 brugelige Værdier for y af 1000 og 5000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 24303$; $g = 100$ og $\mathfrak{h} = 2431$. (20 M.).

## §. 19.

* 6te Exempel. $N = 9738107 = 3120^2 + 3707$

$\alpha)$ $9738107 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..7 \times ..1 \end{matrix} = 3134^2 - 83849 = (3134 + 20u)^2 - (83849 + 125360u + 400u^2)$

hvor de brugelige Værdier for u blive Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 5000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 2281$; $\mathfrak{g} = 1000$ og $\mathfrak{h} = u = 2281$. (10 M.).

* $\beta)$ $9738107 = \begin{matrix} ..3 \times ..9 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 3126^2 - 33769 = (3126 + 20u)^2 - (33769 + 125040u + 400u^2)$.

For Resten Alt som i $\alpha$. (4 M.).

* $\gamma)$ $9738107 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..3 \times ..9 \end{matrix} = 9738156 - 7^2 = 4\,(2434539 + 35v + 25v^2) - (7 + 10v)^2$

30; 70; 110; 150;..; 31; 71; 111; 151;..; 22; 62; 102; 142;..; 23; 63; 103; 143;..; 14; 54; 94; 134;..; 15; 55; 95; 135;..; 6; 46; 86; 126;..; 7; 47; 87; 127;..; 38; 78; 118; 158;..; 39; 79; 119; 159;..; det er 250 brugelige Værdier for v af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 4864$; $\mathfrak{g} = 250$ og $\mathfrak{h} = 1216$. (40 M.).

* $\delta)$ $9738107 = \begin{matrix} ..7 \times ..1 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 9738116 - 3^2 = 4\,(2434529 + 15v + 25v^2) - (3 + 10v)^2$

0; 40; 80; 120;..; 1; 41; 81; 121;..; 32; 72; 112; 152;..; 33; 73; 113; 153;..; 24; 64; 104; 144;..; 25; 65; 105; 145;..; 16; 56; 96; 136;..; 17; 57; 97; 137;..; 8; 48; 88; 128;..; 9; 49; 89; 129;..;

For Resten som i $\gamma$. (20 M.).

* $\varepsilon$. 1) $9738107 = 3126^2 - 33769 = (3126 + x)^2 - (33769 + 6252x + x^2)$

0; 20; 40; 60;....; 8; 28; 48; 68;....;

det er 100 brugelige Værdier for x af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 45615$; $\mathfrak{g} = 100$ og $\mathfrak{h} = 4562$. (14 M.).

* $\varepsilon$. 2) $9738107 = (3126 + 4x)^2 - (33769 + 25008x + 16x^2)$

0; 10; 20; 30;....; 2; 12; 22; 32;....; 5; 15; 25; 35;....; 7; 17; 27; 37;....;

det er 400 brugelige Værdier for x af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 11404$; $\mathfrak{g} = 400$ og $\mathfrak{h} = 4562$ som i $\varepsilon$. 1. (18 M.).

* $\zeta$. 1) $9738107 = 9738116 - 3^2 = (9738116 + 6y + y^2) - (3 + y)^2$

0; 10; 40; 50;....; 24; 34; 64; 74;....;

det er 100 brugelige Værdier for y af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 48638$; $\mathfrak{g} = 100$ og $\mathfrak{h} = 4864$. (13 M.).

* ζ. 2) $9738107 = 4(2434529 + 3y + y^2) - (3 + 2y)^2$

0; 40; 80; 120;....; 32; 72; 112; 152;....; 5; 45; 85; 125;....; 37; 77; 117; 157;....;

det er 100 brugelige Værdier for y af 1000 og 5000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 24319$; $g = 100$ og $h = 2432$. (18 M.).

## §. 20.

* 7de **Exempel.** $9738017 = 3120^2 + 3617$

α) $9738017 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..7 \times ..1 \end{matrix} = 3129^2 - 52924 = (3129 + 10u)^2 - 4(13156 + 15645u + 25u^2)$

0; 60; 80; 140;..; 11; 31; 91; 111;..; 12; 32; 92; 112;..; 43; 63; 123; 143;..; 44; 64; 124; 144;..;
15; 75; 95; 155;..; 16; 76; 96; 156;..; 27; 47; 107; 127;..; 28; 48; 108; 128;..; 59; 79; 139; 159;..;

det er 250 brugelige Værdier for u af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $u = 4561$; $g = 250$ og $h = 1141$. (54 M.)

* β) $9738017 = \begin{matrix} ..3 \times ..9 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 3121^2 - 2624 = (3121 + 10u)^2 - 4(656 + 15605u + 25u^2)$

0; 20; 80; 100;..; 31; 51; 111; 131;..; 32; 52; 112; 132;..; 3; 63; 83; 143;..; 4; 64; 84; 144;..;
15; 35; 95; 115;..; 16; 36; 96; 116;..; 47; 67; 127; 147;..; 48; 68; 128; 148;..; 19; 79; 99; 159;..;

For Resten som i α. (28 M.).

* γ) $9738017 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..3 \times ..9 \end{matrix} = 9738161 - 12^2 = (9738161 + 480v + 400v^2) - (12 + 20v)^2$

Her blive Værdierne af v Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 5000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $v = 2432$; $g = 1000$ og $h = v = 2432$. (8 M.).

* δ) $9738017 = \begin{matrix} ..7 \times ..1 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 9738081 - 8^2 = (9738081 + 320v + 400v^2) - (8 + 20v)^2$

For Resten som i γ. (4 M.).

* ε. 1) $9738017 = 3121^2 - 2624 = (3121 + x)^2 - (2624 + 6242x + x^2)$

0; 30; 40; 70;....; 8; 38; 48; 78;....;

det er 100 brugelige Værdier for x af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $x = 45619$; $g = 100$ og $h = 4562$. (12 M.).

* ε. 2) $9738017 = (3121 + 2x)^2 - 4(656 + 3121x + x^2)$

0; 20; 80; 100;...; 4; 64; 84; 144;...; 5; 75; 95; 155;...; 59; 79; 139; 159;...;

det er 100 brugelige Værdier for x af 1000 og 5000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $x = 22810$; $g = 100$ og $h = 2281$. (18 M.).

* ζ. 1) $9738017 = 9738081 - 8^2 = (9738081 + 16y + y^2) - (8 + y)^2$

0; 20; 40; 60;....; 4; 24; 44; 64;....;

det er 100 brugelige Værdier for y af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 48632$; $\mathfrak{g} = 100$ og $\mathfrak{h} = 4864$. (10 M.).

* ζ. 2) $9738017 = (9738081 + 64y + 16y^2) - (8 + 4y)^2$

0; 10; 20; 30;....; 1; 11; 21; 31;....; 5; 15; 25; 35;....; 6; 16; 26; 36;....;

det er 400 brugelige Værdier for y af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $y = 12158$; $\mathfrak{g} = 400$ og $\mathfrak{h} = 4864$ som i ζ. 1. (16 M.).

## §. 21.

* **8de Exempel.** $N = 9708317 = 3115^2 + 5092$.

α) $9708317 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..7 \times ..1 \end{matrix} = 3119^2 - 19844 = (3119 + 10u)^2 - 4\,(4961 + 15595u + 25u^2)$

0; 40; 80; 120;..; 21; 61; 101; 141;..; 32; 72; 112! 152;..; 13; 53; 93; 133;..; 24; 64; 104; 144;..;
5; 45; 85; 125;..; 16; 56; 96; 136;..; 37, 77; 117; 157;..; 8; 48; 88; 128;..; 29; 69; 109; 149;..;

det er 250 brugelige Værdier for u af 1000 og 2500 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $u = 4548$; $\mathfrak{g} = 250$ og $\mathfrak{h} = 1137$. (25 M.).

* β) $9708317 = \begin{matrix} ..3 \times ..9 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 3121^2 - 32324 = (3121 + 10u)^2 - 4\,(8081 + 15605u + 25u^2)$

0; 40; 80; 120;..; 11; 51; 91; 131;..; 32; 72; 112; 152;..; 3; 43; 83; 123;..; 24; 64; 104; 144;..;
35; 75; 115; 155;..; 16; 56; 96; 136;..; 27; 67; 107; 147;..; 8; 48; 88; 128;..; 19; 59; 99; 139;..;

For Resten som i α. (15 M.).

* γ) $9708317 = \begin{matrix} ..1 \times ..7 \\ ..3 \times ..9 \end{matrix} = 9708321 - 2^2 = (9708321 + 80v + 400v^2) - (2 + 20v)^2$

Her blive Værdierne for v Tallene i deres naturlige Orden, altsaa 5000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $v = 2424$; $\mathfrak{g} = 1000$ og $\mathfrak{h} = v = 2424$. (10 M.).

* δ) $9708317 = \begin{matrix} ..7 \times ..1 \\ ..9 \times ..3 \end{matrix} = 9708641 - 18^2 = (9708641 + 720v + 400v^2) - (18 + 20v)^2$

For Resten som i γ. (5 M.).

* ε. 1) $9708317 = 3119^2 - 19844 = (3119 + x)^2 - (19844 + 6238x + x^2)$

0; 10; 40; 50;....; 2; 32; 42; 72;....;

det er 100 brugelige Værdier for x af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $\mathfrak{d} = 100$, bliver $x = 45473$; $\mathfrak{g} = 100$ og $\mathfrak{h} = 4548$. (16 M.).

* ε. 2) $9708317 = (3119 + 2x)^2 - 4(4961 + 3119x + x^2)$

0; 40; 80; 120;...; 1; 41; 81; 121;...; 25; 65; 105; 145;...; 16; 56; 96; 136;...;

det er 100 brugelige Værdier for x af 1000 og 5000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $x = 22737$; $g = 100$ og $h = 2274$. (20 M.).

* ζ. 1) $9708317 = 9708321 - 2^2 = (9708321 + 4y + y^2) - (2 + y)^2$

0; 20; 40; 60;....; 16; 36; 56; 76;....;

det er 100 brugelige Værdier for y af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 48490$; $g = 100$ og $h = 4849$. (16 M.).

* ζ. 2) $9708317 = (9708321 + 16y + 16y^2) - (2 + 4y)^2$

0; 10; 20; 30;....; 4; 14; 24; 34;....; 5; 15; 25; 35;....; 9; 19; 29; 39;....;

det er 400 brugelige Værdier for y af 1000 og 10000 Tillæg af 100000.

For $d = 100$, bliver $y = 12123$; $g = 400$ og $h = 4849$ som i ζ. 1. (20 M.).

## §. 22.

Med Hensyn til de 4 sidste Exempler i de foregaaende Paragrapher kan Følgende bemærkes:

1) For de Tal, der endes med 3 eller 7, vil Forholdet imellem de brugelige Tillæg til a eller b og alle Tillæg, befindes at være det samme som i de anførte Exempler, dog saaledes at naar det næstsidste Ciffer i N er lige, bliver Forholdet som i 5te og 6te, og naar samme Ciffer er ulige, som i 7de og 8de Exempel.

2) For samme Ende-Ciffre i N kan Beregningen udføres enten efter Formlerne i $\alpha$ og $\beta$, eller efter dem i $\gamma$ og $\delta$, eller endeligen efter een af de 4 sidste Formler.

3) Er N's næstsidste Ciffer lige, vil det let sees at Beregningen efter $\alpha$ og $\beta$, ligesom ogsaa efter ε. 2 ikke med Fordeel kan udføres. Det Samme er Tilfældet med Beregningen efter $\gamma$ og $\delta$, samt efter ζ. 2 naar det næstsidste Ciffer er ulige.

4) Ogsaa her vil det først i det Følgende kunne afgjøres hvilken af de øvrige Beregnings-Maader hurtigst fører til Maalet.

## §. 23.

Omendskjøndt Indsætningernes Antal ved de foregaaende Undersøgelser betydeligen er indskrænket, vil Beregningen dog endnu blive vidtløftig naar N enten er et Prim-Tal, eller dets tvende Factorer ere meget forskjellige. Det er derfor nødvengigt end ydermere at indskrænke hiint Antal og dette kan udføres paa følgende Maade:

Dersom vi ved Bogstavet h eller H betegne hvilketsomhelst heelt Tal, da kan, som bekjendt, et fuldkomment Qvadrat-Tal aldrig have Formen $10h+2$; $10h+3$; $10h+7$ eller $10h+8$. Det Samme finder Sted naar for 10 sættes 100 eller 1000, og man dertil lægger de tvende eller trende Tal, som ikke ere anførte i den første Tabel. Og herpaa beroede egentligen den Indskrænkning i Indsætningernes Antal, som den 2den, 3die, 4de og 5te Tabel angive, omendskjøndt Bestemmelsen i det Foregaaende er skeet paa en anden Maade. At den imidlertid kunde udvides til hvilkensomhelst Potens af 10, sees let.

Hvad her nu gjelder for 10; 100; 1000; o. s. v., gjelder ogsaa for hvilket heelt Tal, vi ville sætte i Stedet, at nemlig et Mangefold af et heelt Tal med et bestemt Tillæg ikke stedse kan være et fuldkomment Qvadrat-Tal. Dette bevises saaledes:

Da ethvert heelt Tal kan sættes $= mh + r$, hvor m, h og r ere hele Tal og r tillige $< m$, følger heraf at ethvert fuldkomment Qvadrat-Tal kan sættes $= (mh+r)^2 = m^2h^2 + 2mhr + r^2$, som kan henføres til Formen $mH + r^2$. Er her $r^2 > m$, tages blot Hensyn til hvad $r^2$ divideret med m giver til Rest og denne Rest ville vi sætte $= r$. Vi kunne altsaa sætte $(mh+r)^2 = mH + r$. Tages dernæst Qvadratet af $mh + (m-r)$, bliver dette $= m^2h^2 + 2m^2h + m^2 - 2mrh - 2mr + r^2$, der ligeledes kan henføres til Formen $mH + r^2$ eller $mH + r$. Heraf sees at tvende Rester i Roden, naar deres Sum er $= m$, stedse give samme Rest i Qvadrat-Tallet, hvoraf igjen følger, at naar m er et Prim-Tal (2 undtagen) og $mH + r$ skal være et fuldkomment Qvadrat-Tal, kan r kun have $\frac{m+1}{2}$ brugelige Værdier, hvorimod de øvrige $\frac{m-1}{2}$ Værdier af r ikke fyldestgjøre Betingelsen. Er m et deleligt Tal, ville endnu flere Værdier af r være ubrugelige. Vi ville oplyse dette ved et Par Exempler.

Sættes $m = 7$, bliver $(7h)^2 = 7H$; $\left(7h \begin{smallmatrix} +1 \\ +6 \end{smallmatrix}\right)^2 = (7h \pm 1)^2 = 7H + 1$; $\left(7h \begin{smallmatrix} +2 \\ +5 \end{smallmatrix}\right)^2 = (7h \pm 2)^2 = 7H + 4$; $\left(7h \begin{smallmatrix} +3 \\ +4 \end{smallmatrix}\right)^2 = (7h \pm 3)^2 = 7H + 2$, og et fuldkomment Qvadrat-Tal kan følgeligen ikke have Formen $7H+3$; $7H+5$ eller $7H+6$.

For $m = 9$, bliver $(9h)^2 = 9H$; $\left(9h \begin{smallmatrix} +1 \\ +8 \end{smallmatrix}\right)^2 = (9H \pm 1)^2 = 9H + 1$; $\left(9h \begin{smallmatrix} +2 \\ +7 \end{smallmatrix}\right)^2 = (9h \pm 2)^2 = 9H + 4$; $\left(9h \begin{smallmatrix} +3 \\ +6 \end{smallmatrix}\right)^2 = (9h \pm 3)^2 = 9H$; $\left(9h \begin{smallmatrix} +4 \\ +5 \end{smallmatrix}\right)^2 = (9h \pm 4)^2 = 9H + 7$; altsaa kan et fuldkomment Qvadrat-Tal ikke have Formen $9H+2$; $9H+3$; $9H+5$; $9H+6$ eller $9H+8$. Og saa fremdeles.

## §. 24.

Sættes først $N = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2) = 'a^2 - 'B$ og dernæst $N = (A + 2bfv + f^2v^2) - (b + fv)^2 = 'A - 'b^2$, da maae, forsaavidt disse Formler høre *til samme Combination af Factorernes Ende-Ciffre*, u og v kunne modtage saadanne Værdier at $'a^2$ bliver $= 'A$ og $'B = 'b^2$, hvoraf følger at $N = 'a^2 - 'b^2$. Antages nu $N = m'N + r$, $'a = m''a + n$ og $'b = m''b + p$, da bliver $m'N + r = m^2 'a^2 + 2mn''a + n^2 - m^2''b^2 - 2mp''b - p^2$, hvoraf sees at r maae være $= n^2 - p^2$ eller hvad $(n^2 - p^2)$ divideret med m giver til Rest. Vi have altsaa $r = n^2 - p^2$ og $n^2 = p^2 + r$. Da dernæst allene Overskudet over m, eller et Mangefald af m, her kommer i Betragtning, vil Resultatet blive det samme for n og $m - n$, ligesom ogsaa for p og $m - p$. Naar derfor m er et Prim-Tal, høre tvende Værdier af n til tvende Værdier af p, undtagen naar n eller p er Nul. Er m derimod et deleligt Tal, høre der i Almindelighed ikke ligemange Værdier af den ene til den anden.

Nu ere i alle Tilfælde m og r givne; naar da, i Ligningen $n^2 = p^2 + r$, for p efterhaanden indsættes Tallene i deres naturlige Orden fra 0 til $\frac{m-1}{2}$ naar m er ulige og til $\frac{1}{2}$ m naar m er lige, da ville Værdierne af n og p enten være brugelige eller ubrugelige, eftersom den udbragte Værdie for $n^2$, eller dens Overskud over et Mangefold af m, kan høre til et fuldkomment Qvadrat-Tal eller ikke. Er f. Ex. $m = 7$ og $r = 1$, altsaa $n^2 = p^2 + 1$, da bliver

| | |
|---|---|
| for $p = 0$; | $n^2 = 1$ |
| .. $p = 1$ ell. 6, | $n^2 = 2$ |
| .. $p = 2$ .. 5, | $n^2 = 5$ |
| .. $p = 3$ .. 4, | $n^2 = 3$. |

Men, efter det foregaaende Paragraph, kan et fuldkomment Qvadrat-Tal ikke have Formen $7H + 5$ eller $7H + 3$, hvoraf sees at de tvende sidste Tilfælde ikke kunne finde Sted, og vi faae kun disse brugelige Værdier for n og p, nemlig: for $p = 0$, bliver $n = 1$ eller 6 og for $p = 1$ eller 6, bliver $n = 3$ eller 4.

## §. 25.

Sættes $m - r = \varrho$, altsaa $m = r + \varrho$, bliver $n^2 = p^2 + m - \varrho$ eller, da her allene tages Hensyn til Overskudet over m, $n^2 = p^2 - \varrho$, hvoraf $p^2 = n^2 + \varrho$. Naar derfor Summen *af tvende Rester* er $= m$, da ville de Værdier, som for den ene Rest gjelde for n, for den anden gjelde for p, og omvendt. Herpaa grunder det sig som i §. 10 No. 3

er anført. Af samme Grund kan ogsaa Tabellen for Værdierne af n og p for et givet m indskrænkes til det Halve, saaledes som den 6te Tabel udviser. Denne Tabel indeholder de anførte Værdier for Prim-Tallene: 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29 og 31, samt for de delelige Tal 9 og 27. I sidste Tilfælde kan hverken r eller $\varrho$ have Maal fælles med m; thi da vilde dette ogsaa gaae op i N og Undersøgelsen vilde da gjelde Qvotienten og ikke N. At r og $\varrho$ ikke kunne være $=0$, sees ogsaa let.

Tabellen er indrettet saaledes at den viser hvilke Værdier af n og p der høre sammen. Tages der imidlertid kun Hensyn til Værdierne enten af n allene, eller af p allene, vil det være beqvemmest ved Anvendelsen at sætte dem i deres naturlige Orden. Beregningen vil i Øvrigt meget lettes, naar man af de større Værdier for m, f. Ex. 13; 17; 19; .... danner sig de 9 første Mangefold; thi da vil denne Deel af Beregningen kunne udføres i Hovedet.

Betjener man sig af Tabellen for 9 eller 27 (af hvilke den første kan bruges ved mindre Tal, den sidste ved større) da kunne nogle Værdier udtrykkes kortere end Tabellen angiver; saaledes er for $m=9$ og $r=1$, $p=9h$ eller $=9h+3$ eller $=9h+6$, hvilket er det samme som at $p=3h$. Værdierne af $m=9$ eller $m=27$ ere i Øvrigt fordeelagtigst for n naar r har Formen $3h+1$ og for p naar $r=3h+2$.

## §. 26.

Dersom de Værdier af m, som vi anvende, betegnes med m; 'm; "m; '''m;.... og Antallene af de dertil svarende brugelige Værdier af n eller p betegnes med r; 'r; "r; '''r;...., da forholder Antallet af de Værdier for n eller p, hvormed Prøve maae anstilles, sig til Antallet af de Værdier, der ellers vare brugelige, som r'r"r'''r... til m'm"m'''m.... Heraf sees at jo flere Værdier af m vi betjene os af, jo flere af de ellers brugelige Værdier gaae ud og jo færre blive tilbage, som vi behøve at indsætte for at bestemme om 'B eller 'A derved bliver et fuldkomment Qvadrat-Tal eller ikke.

At ikke alle Rester give ligemange brugelige Værdier af n eller p, viser Tabellen. Derfor vil, ved nogle Tal, flere af de ellers brugelige Værdier gaae ud, ved andre derimod færre. Betjene vi os f. Ex. af disse Værdier for m: 7; 11; 13; 17; 19; 23; 27; 29 og 31, da vil dette Forhold, i det ufordeelagtigste Tilfælde, være som $4\times6\times7\times9\times10\times12\times9\times15\times16$ til $7\times11\times13\times17\times19\times23\times27\times29\times31$ eller forkortet som 1 til 461, det er af 461 ellers brugelige Værdier vil sandsynligviis kun een blive tilbage at anstille Prøve med. For samme Værdier af m vil Forholdet i det fordeelagtigste Tilfælde blive som $3\times5\times6\times8\times9\times11\times4\times14\times15$ til $7\times11\times13\times17\times19\times23\times27\times29\times31$

eller forkortet som 1 til 3015 og af 3015 ellers brugelige Værdier vil sandsynligviis kun een blive tilbage at anstille Prøve med. I Almindelighed vil Forholdet falde imellem de her beregnede, og det synes derfor som om Tabellen ikke behøver at udvides til flere Værdier af m.

Den fordeelagtigste af disse Værdier er 27; thi derved vil i det mindste 18 og i det høieste 23 Værdier for n eller p udgaae af 27. Ved de andre i Tabellen brugte Værdier af m udgaae derimod $\frac{m+1}{2}$ eller $\frac{m-1}{2}$, som mere og mere nærme sig til $\frac{1}{2}$, jo større m er.

## §. 27.

De i den 6te Tabel beregnede Værdier for n og p gjelde for Formen $N = 'a^2 - 'b^2$. Nu er $'a = a + eu$ og $'b = b + fv$. Ville vi derfor anvende det Foregaaende paa disse Formler, maae det først vises hvorledes af Tabellernes Værdier for n og p de tilsvarende for u og v kunne bestemmes.

Sættes nu først $N = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2)$ og vi antage $u = m'u + n$ og tillige at a og e dividerede med m give respective a og e til Rest, da bliver, efterdi vi her blot behøve at tage Hensyn til Resterne, $a + en = n$; altsaa

$$\begin{aligned} n &= a \quad \text{for } n = 0 \\ n &= a + e \ldots n = 1 \\ n &= a + 2e \ldots n = 2 \\ n &= a + 3e \ldots n = 3 \\ &\text{o. s. v.} \end{aligned}$$

hvorved det maae erindres at dersom $a + e$; $a + 2e$; $a + 3e$; o. s. v. er $> m$, da i deres Sted tages Overskudet over m eller et Mangefold af m. Tages dernæst af Tabellen de for de givne m og r gjeldende Værdier for n, da ville disses tilsvarende Værdier gjelde for n. Er f. Ex. $m = 11$; $r = 1$; $a = 2$ og $e = 6$, da er $n = 6n + 2$ og Beregningen kan da udføres under denne Form:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n | 0; | 1; | 2; | 3; | 4; | 5; | 6; | 7; | 8; | 9; 10; |
| n | 2; | 8; | 3; | 9; | 4; | 10; | 5; | 0; | 6; | 1; 7; |

Da nu Tabellen viser at Værdierne for n ere de ovenfor understregede, blive Værdierne for n de dertil svarende, nemlig 0; 3; 4; 5; 9 og 10, hvilket vi ville betegne saaledes: $n = 0 = 3 = 4 = 5 = 9 = 10$. Derfor kunne alle de Værdier af n forbigaaes, som, dividerede med 11, ikke give eet af ovenstaaende Tal til Rest.

Sættes dernæst $N = (A + 2bfv + f^2v^2) - (b + fv)^2$ og vi antage $v = mv + \mathfrak{p}$ og tillige at b og f, dividerede med m, give respective b og f til Rest, da bliver $b + f\mathfrak{p} = p$, altsaa

$$\begin{aligned} p &= b \quad \text{for } \mathfrak{p} = 0 \\ p &= b + f \ldots \mathfrak{p} = 1 \\ p &= b + 2f \ldots \mathfrak{p} = 2 \\ p &= b + 3f \ldots \mathfrak{p} = 3 \\ &\text{o. s. v.} \end{aligned}$$

Ved Værdiernr $b + f$; $b + 2f$; $b + 3f$; o. s. v. bliver det Samme at iagttage som ved $a + e$; $a + 2e$; $a + 3e$; o. s. v. Af Tabellen tages derpaa Værdierne for p og disses tilsvarende Værdier gjelde da for $\mathfrak{p}$. Er f. Ex. $m = 11$; $r = 1$; $b = 3$ og $f = 9$, da er $p = 9\mathfrak{p} + 3$ og den øvrige Regning kan da gives denne Form:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathfrak{p}$ | 0; | 1; | 2; | 3; | 4; | 5; | 6; | 7; | 8; | 9; 10; |
| p | 3; | 1; | 10; | 8; | $\underline{6}$; | 4; | $\underline{2}$; | 0; | $\underline{9}$; | 7; $\underline{5}$; |

Da nu Tabellen viser at $p = 0 = 2 = 5 = 6 = 9$, som ovenfor ere understregede, bliver $\mathfrak{p} = 4 = 6 = 7 = 8 = 10$, og alle de Værdier af v kunne følgeligen forbigaaes, som dividerede med 11 give en anden Rest end de her beregnede Værdier af $\mathfrak{p}$.

At de fundne Ligninger for n og $\mathfrak{p}$ ogsaa gjelde for de i det Foregaaende brugte Formler for x og y, sees let.

## §. 28.

For nu at anvende de foregaaende Paragrapher paa et givet Tal N, maae man først beregne de Rester, som Tallet giver naar det efterhaanden divideres med de Værdier af m, af hvilke man vil betjene sig. Ligeledes beregnes Værdierne af a og e, eller af b og f. Af disse Rester bestemmes dernæst, efter foregaaende Paragraph, de forskjellige Værdier af n eller $\mathfrak{p}$, eftersom den Formel, man vil bruge, fordrer. Efterat man derpaa, efter Paragrapherne 13 — 16 og 18 — 21 har beregnet de brugelige Værdier af den Ubestemte i Formelen, bortkastes alle de af dem, som efterhaanden dividerede med de forskjellige Værdier af m, give en anden Rest end de for n eller $\mathfrak{p}$ maae give. Betjener man sig da af alle de Værdier af m, som Tabellen er beregnet for (9 eller 27 undtagen) vil det befindes at de allerfleste, undertiden alle, falde bort, saa at Indsætning af den Ubestemte i 'B eller 'A kun behøves med faare faa, maaskee med ingen. At den hele Bestemmelse derved i høi Grad lettes, er indlysende af sig selv.

Dersom N er et Product af tvende virkelige Factorer, der med Hensyn til Ende-Ciffrene høre til den brugte Formel, da følger det af sig selv at den til a og b svarende Værdie af u eller v maae findes iblandt de Tal, som ikke falde bort, og ved Indsætningen af dette Tal, ville de rationale Værdier af 'b eller 'a bestemmes og deraf igjen c og d, det er N's tvende Factorer.

I Øvrigt vil det meget lette Bestemmelsen, naar man danner sig Formler, der paa eengang fyldestgjøre flere af Værdierne for m og tillige een af de Formler for den Ubestemte, som ved den første Beregning er udfunden.

For at gjøre denne Fremgangs-Maade tydeligere ville vi anvende den paa tvende af de beregnede Exempler, nemlig paa det 2det og 6te.

## §. 29.

I det 2det **Exempel** (§. 14) er $N = 9787301$, og der gjøres derfor først denne Beregning:

$$* N = 9787301 = 7H + 6 = 9H + 8 = 11H + 7 = 13H + 4 = 17H + 10 = 19H + 2 = 23H + 19 = 29H + 4 = 31H + 12. \quad (4\ \mathfrak{M}.).$$

Vælges dernæst Formelen $\eta.2$, bliver

$$* 9787301 = (3135 + 2x)^2 - 4(10231 + 3135x + x^2)$$

og de brugelige Værdier af x kunne da henføres til følgende Former: $40h + 10$; $40h + 15$; $100h + 82$; $100h + 83$; $100h + 7$; $100h + 58$. Herved maae vel bemærkes at i Formlen $100h + 82$ gjelde kun de Værdier hvis 3die sidste Ciffer er 0; 4 eller 8.

..... $100h + 83$ ..... 3; 7 .... 9.
..... $100h + 7$ ..... 0; 2 .... 6.
..... $100h + 58$ ..... 2; 6 .... 8.

(24 M. efter $\eta.2$ i §. 14).

$$* \text{Videre er } a = 3135 = 7h + 6 = 9h + 3 = 11h + 0 = 13h + 2 = 17h + 7 = 19h + 0 = 23h + 7 = 29h + 3 = 31h + 4.$$

For alle Værdier af m bliver $e = e = 2$. De forskjellige Værdier af n bregnes dernæst efter §. 27 og Resultatet kan beqvemt sættes under følgende Form:

$m=7;\ r=6;\ a=6;\ e=2;\ n=\frac{n-6}{2}=0=1=4;$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 3 | 2 | $\frac{n-3}{2}=0=3=6$, det er $x=3h$; |
| 11 | 7 | 0 | 2 | $\frac{n}{2}=0=2=5=6=9$; |
| 13 | 4 | 2 | 2 | $\frac{n-2}{2}=0=1=5=6=10=11=12$; |
| 17 | 10 | 7 | 2 | $\frac{n-7}{2}=2=8=11=12=13=14=15=16$; |
| 19 | 2 | 0 | 2 | $\frac{n}{2}=0=4=6=7=8=11=12=13=15$; |
| 23 | 19 | 7 | 2 | $\frac{n-7}{2}=1=3=7=8=9=13=15=17=18=21=22$; |
| 29 | 4 | 3 | 2 | $\frac{n-3}{2}=0=2=4=5=7=8=12=13=14=18=19=21=22=24=26$; |
| 31 | 12 | 4 | 2 | $\frac{n-4}{2}=0=4=7=8=9=12=13=14=15=18=19=20=23=27=29$; |

(28 M.).

* Dernæst dannes, paa den sædvanlige Maade, en Formel, som paa een Gang fyldestgjør $x=20h+10$ og de nylig fundne Værdier for $m=7=9=11$. Beregningen kan foretages under nedenstaaende Form:

$$x = 40h + 10 = 3h = 120h + 10$$

$$x = 120h + 10 = 11h + 0 = 1320h + 1210$$

| | |
|---|---|
| 2 | 970 |
| 5 | 610 |
| 6 | 490 |
| 9 | 130 |

$$x = 1320h + 1210 = 7h + 0 = 9240h + 3850$$

| | | |
|---|---|---|
| | 1 | 6490 |
| | 4 | 5170 |
| 970 | 0 | 8890 |
| | 1 | 2290 |
| | 4 | 970 |
| 610 | 0 | 7210 |
| | 1 | 610 |
| | 4 | 8530 |
| 490 | 0 | 490 |
| | 1 | 3130 |
| | 4 | 1810 |
| 130 | 0 | 8050 |
| | 1 | 1450 |
| | 4 | 130. |

(20 M.).

Ved denne Beregning have vi sparet os det tidsspildende Arbeide at opskrive de Tal der høre til Formen 40h + 10, hvilket her, for x = 9240h + r, vilde udgjøre 230. Paa den anden Side vilde det derimod ikke svare Regning at medtage den næste Værdie for m nemlig 13; thi da denne Antagelse giver 7 brugelige Værdier for n, vilde Formen 9240 × 13h + r give 7 × 15 eller 105 forskjellige Værdier for r, hvilket vilde udfordre en vidtløftig Beregning. Endnu kan erindres at dersom tvende Værdier af m give ligemange brugelige Værdier for n eller p (og dette kan være Tilfældet med 11 og 13, med 17 og 19 samt med 29 og 31) man da stedse bør vælge den største.

* Sættes de ovenfor beregnede Tillæg til 9240h i deres naturlige Orden, bliver

360 120 360 480 360 480 840 720 1320 1320 720 840 480 360 | 480
x = 9240h + 130; 490; 610; 970; 1450; 1810; 2290; 3130; 3850; 5170; 6490; 7210; 8050; 8530; 8890; | 9370;

hvor de ovenfor skrevne Tal ere Forskjellene imellem tvende paa hverandre følgende Led i Rækken. Disse Tal, som gaae frem i en vis Orden, tjene deels til at sikkre Beregningens Rigtighed, deels til, hvis den høieste Værdie for x er større end 9240, da ved Tillæg af Forskjellene at lette Beregningen.

Af de her beregnede Værdier for x ville igjen de falde bort, som dividerede med 13; 17; 19; ....; give Tal til Rest, der ikke ere anførte i den foregaaende Tabel. Antages det nu at Beregningen skal føres saavidt til den mindste Factor er mindre end 100, altsaa, efter §. 14, til den høieste Værdie af x er = 22926, da vil det befindes, at alle Værdier af x gaae ud, saa at ingen Indsætning behøves. (16 M.).

* Tages nu de samme Værdier af m og sættes i Forbindelse med Ligningen x = 40h + 15, da findes paa samme Maade som forhen, at

360 480 840 720 1320 1320 720 840 480 360 480 360 120 360 | 480
x = 9240h + 295; 655; 1135; 1975; 2695; 4015; 5335; 6055; 6895; 7375; 7735; 8215; 8575; 8695; 9055; | 9535;

Beregnes her x til samme Grændse, ville ogsaa alle Værdier falde bort naar Division foretages med 13; 17; 19; ....; saa at heller ingen Indsætning her udfordres. (16 M).

* Sættes dernæst de samme Værdier af m i Forbindelse med Ligningen x = 100h + 82, findes

900 900 2400 900 3000 300 1800 1200 2100 1200 1800 300 3000 900 | 2400
x = 23100h + 882; 1782; 2682; 5082; 5982; 8982; 9282; 11082; 12282; 14382; 15582; 17382; 17682; 20682; 21582; | 23982;

af hvilke de Værdier strax gaae ud, hvis 3die sidste Ciffer ikke er 0; 4 eller 8. Ved Di-

vision med 13; 17; 19; ....; falde ogsaa de øvrige bort, undtagen $x = 882$, som indsat giver os

$$9787301 = 4899^2 - 3770^2 = 8669 \times 1129$$

hvilke tvende Factorer begge ere Prim-Tal. (28 M.).

## §. 30.

I det **6te Exempel** (§. 19) er $N = 9738107$, altsaa

* $9738107 = 7H + 1 = 11H + 5 = 13H + 2 = 17H + 14 = 19H + 18 = 23H + 22 = 27H + 17 = 29H + 23 = 31H + 15$. (5 M.).

* Vælges dernæst Formelen ζ. 2, da er

$$9738107 = 4\ (2434529 + 3y + y^2) - (3 + 2y)^2$$

hvor de brugelige Værdier af y, efter §. 19, kunne henføres til disse Former $y = 40h$; $y = 40h + 32$; $y = 40h + 5$ og $y = 40h + 37$. Tillige bliver for $b = 100$, $y = 24319$ og $h = 2432$. (18 M.).

* For alle Værdier af m, bliver $b = 3$ og $f = 2$. Heraf beregnes, efter §. 27, følgende Tabel:

$m = 7$; $r = 1$; $p = \frac{p-3}{2} = 2 = 5 = 6$;

| | | |
|---|---|---|
| 11 | 5 | =0=3=4=5=8; |
| 13 | 2 | =1=2=8=9=11=12; |
| 17 | 14 | =4=5=6=8=9=10=15=16; |
| 19 | 18 | =1=3=4=5=11=12=13=15=17=18; |
| 23 | 22 | =0=1=2=7=9=11=13=18=19=20=21=22; |
| 27 | 17 | =7=8=16=17; |
| 29 | 23 | =4=6=7=8=9=10=13=16=17=18=19=20=22=27=28; |
| 31 | 15 | =1=2=7=8=11=12=13=15=16=17=20=21=26=27=29=30; |

(24 M.).

* Vi finde dernæst, paa samme Maade som i foregaaende Paragraph, nedenstaaende Rækker, der paa een Gang fyldestgjøre de nylig bestemte Værdier for $m = 27$ og $m = 11$ samt de forskjellige Værdier for y, nemlig:

1) for $y = 40h$;

$$y = 11880h + \begin{array}{l} 80\ \ 280\ \ 80\ \ 720\ \ 1000\ \ 440\ \ 1000\ \ 720\ \ 80\ \ 280\ \ 80\ \ 1800 \\ 440;\ 520;\ 800;\ 880;\ 1600;\ 2600;\ 3040;\ 4040;\ 4760;\ 4840;\ 5120;\ 5200;\ 7000; \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1000\ \ 360\ \ 80\ \ 640\ \ 80\ \ 360\ \ 1000 \mid 1800 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 8000;\ 8360;\ 8440;\ 9080;\ 9160;\ 9520;\ 10520; \mid 12320; \ldots \end{array}$$

2) for $y = 40h + 5$;

$$y = 11880h + \begin{array}{l} 1800\ \ 80\ \ 280\ \ 80\ \ 720\ \ 1000\ \ 440\ \ 1000\ \ 720\ \ 80\ \ 280\ \ 80 \\ 125;\ 1925;\ 2005;\ 2285;\ 2365;\ 3085;\ 4085;\ 4525;\ 5525;\ 6245;\ 6325;\ 6605;\ 6685; \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1800\ \ 1000\ \ 360\ \ 80\ \ 640\ \ 80\ \ 360 \mid 1000 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 8485;\ 9485;\ 9845;\ 9925;\ 10565;\ 10645;\ 11005; \mid 12005; \ldots \end{array}$$

3) for $y = 40h + 32$;

$$y = 11880h + \begin{array}{l} 360\ \ 80\ \ 640\ \ 80\ \ 360\ \ 1000\ \ 1800\ \ 80\ \ 280\ \ 80\ \ 720\ \ 1000\ \ 440 \\ 872;\ 1232;\ 1312;\ 1952;\ 2032;\ 2392;\ 3392;\ 5192;\ 5272;\ 5552;\ 5632;\ 6352;\ 7352;\ 7792; \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1000\ \ 720\ \ 80\ \ 280\ \ 80\ \ 1800 \mid 1000 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 8792;\ 9512;\ 9592;\ 9872;\ 9952;\ 11752; \mid 12752; \ldots \end{array}$$

4) for $y = 40h + 37$;

$$y = 11880h + \begin{array}{l} 1000\ \ 360\ \ 80\ \ 640\ \ 80\ \ 360\ \ 1000\ \ 1800\ \ 80\ \ 280\ \ 80\ \ 720\ \ 1000 \\ 1357;\ 2357;\ 2717;\ 2797;\ 3437;\ 3517;\ 3877;\ 4877;\ 6677;\ 6757;\ 7037;\ 7117;\ 7837;\ 8837; \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 440\ \ 1000\ \ 720\ \ 80\ \ 280\ \ 80 \mid 1800 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 9277;\ 10277;\ 10997;\ 11077;\ 11357;\ 11437; \mid 13237; \ldots \end{array}$$

Af de her beregnede Værdier for y, indtil den i §. 19 under ζ. 2 bestemte Grændse, ville igjen de falde bort, som, dividerede med 7; 13; 17; 19; 23; 27; 29 og 31, give andre Tal til Rest end de i foregaaende Tabel angivne. Dette vil befindes at være Tilfældet med dem alle, undtagen med $y = 15920$, som dog indsat ikke gjør 'A til et fuldkomment Qvadrat-Tal. Da det endeligen ved simpel Division med Prim-Tallene fra 37 til 97 findes at intet af dem gaaer op i 9378017, er dette et Prim-Tal. (1 T. 53 M.).

**Anmærkning.** Den her omtalte Division med Prim-Tallene bør ellers foretages strax fra Begyndelsen af indtil den forud for Beregningen fastsatte Grændse, som ovenfor var 100.

Paa den i dette og det foregaaende Paragraph brugte Maade er Beregningen udført for de øvrige til Exempler valgte Tal og Resultatet for disse, saavelsom, for Fuldstændigheds Skyld, tillige for de nylig beregnede, sees af følgende Tabel, hvor de efter Parentheserne anbragte Tal ere de, hvormed Prøve maatte anstilles.

Efter Formelen

$\eta.2$ findes at 9737801 er et Prim-Tal. (3 T. 48 M.); 2915, 13112;

$\eta.2$ ..... $9787301 = 8669 \times 1129$. (2 T. 36 M.); $x = 882$;

$\vartheta.2$ ..... 9778031 er et Prim-Tal. (3 T. 6 M.); 15045;

$\vartheta.2$ ..... 9708731 ligeledes (2 T. 20 M.); 1500;

$\zeta.2$ ..... $9731807 = 7367 \times 1321 = 53 \times 139 \times 1321$. (1 T 22 M.); $y = 1510$;

$\zeta.2$ ..... 9738107 er et Prim-Tal. (2 T. 40 M.); 15920;

$\varepsilon.2$ ..... 9738017 ligeledes (5 T.); 1984; 7675; 15595; 17344; 19120; 21220;

$\varepsilon.2$ ..... 9708317 ligeledes (2 T. 40 M.); 1481; 13640;

Heraf sees at Beregningens Vidtløftighed ikke beroer paa det opgivne Tals Storhed allene, men ogsaa paa Antallet af Formlerne for den Ubestemtes brugelige Værdier, ligesom ogsaa paa disse Formlers større eller mindre Simplicitet. Saaledes bestemmes y's Værdier i 4de Exempel $\vartheta.2$ ved 6 beqvemme Formler, hvorimod x's Værdier i 7de Exempel $\varepsilon.2$ bestemmes ved 8 mindre beqvemme.

Overalt vil Beregningen af de brugelige Værdier for den Ubestemte efter Paragrapherne 13—16 og 18—21, ligesom ogsaa Beregningen af de i dette og foregaaende Paragraph angivne Rækker for x og y, (altsaa tillige for u og v) næsten medtage samme Tid, hvad enten N er et stort eller lidet Tal. Derimod vil den Tid, der anvendes til at bestemme hvilke Værdier af den Ubestemte, der i de nylig omtalte Rækker kunne gaae ud, og hvilke der maae anstilles Prøve med, staae i Forhold til Tallet N's Storhed, naar de øvrige Omstændigheder ere eens.

## §. 31.

Dersom det ved Formelen $N = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2 u^2)$ skal bestemmes om N's tvende Factorer kunne falde imellem $c = s\sqrt{N}$ og $d = \frac{1}{s}\sqrt{N}$, da er, efter §. 12, den høieste Værdie, hvortil u skal beregnes, $= \frac{c + d - 2a}{2e}$ eller, da $c = s\sqrt{N}$, $d = \frac{1}{s}\sqrt{N}$ og Minimum for $a = \sqrt{N}$, $u = \frac{1}{2e}\left(s - 2 + \frac{1}{s}\right)\sqrt{N}$.

Skal Beregningen føres ligesaa vidt ved Formelen $N = (A + 2bfv + f^2v^2) - (b + fv)^2$, bliver, efter samme Paragraph, den høieste Værdie for $v = \frac{c - d - 2b}{2f}$, eller, da Minimum for b er $= 0$, $v = \frac{1}{2f}\left(s - \frac{1}{s}\right)\sqrt{N}$.

Er her $e = f$, er ogsaa $u < v$ og Beregningen bliver derfor lettere efter den første end efter den sidste Formel. Forskjellen bliver imidlertid mindre og mindre betydelig, jo større $s$ er.

Hvad her i Øvrigt er anført om $u$ og $v$, gjelder, som let sees, ogsaa om $x$ og $y$.

Da $u$ og $v$, ligesom ogsaa $x$ og $y$, vore naar $N$ og $s$ vore, kunne de blive saa store, at den sidste Deel af Beregningen, nemlig den at bestemme hvilke af den Ubestemtes Værdier, der, i Følge §. 28, kunne gaae ud og hvilke der maae anstilles Prøve med, kan blive uforholdsmæssig vidtløftig. Vi ville derfor her angive en Maade, hvorved denne Vidtløftighed kan formindskes.

## §. 32.

Dersom $s$ er et Prim-Tal og $N = cd$, bliver $sN = scd$ og de tvende Factorer til $sN$, som vi, ved Indsættelsen af de brugelige Værdier for den Ubestemte, først komme til, ville da blive $c$ og $sd$. Sættes dernæst $sN = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2)$ eller, hvilket er det Samme, $sN = (a + eu)^2 - ((a + eu)^2 - sN)$, er tillige $c \,.\, sd$

$$= \left(a + eu + \sqrt{(a + eu)^2 - sN}\right)\left(a + eu - \sqrt{(a + eu)^2 - sN}\right),$$

altsaa, eftersom $c$ eller $sd$ er størst, $c = a + eu \pm \sqrt{(a + eu)^2 - sN}$ og $sd = a + eu \mp \sqrt{(a + eu)^2 - sN}$, hvoraf i begge Tilfælde udledes at $a + eu = \frac{1}{2}(c + sd)$. Skal det nu undersøges om $N$'s tvende Factorer kunne ligge imellem $t\sqrt{N}$ og $\frac{1}{t}\sqrt{N}$, bliver $a + eu = \frac{1}{2}\left(t + \frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$; men Minimum for $a$ er $= \sqrt{s}\sqrt{N}$ og vi faae derfor $u = \frac{1}{2e}\left(t - 2\sqrt{s} + \frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$, som er den høieste Værdie for den Ubestemte, hvortil Beregningen maae udføres.

For nu at bestemme hvorvidt $s$ og $t$ ere afhængige af hverandre, ville vi antage at det ved en foregaaende Beregning var afgjort at $N$'s Factorer ikke kunde ligge imellem $u\sqrt{N}$ og $\frac{1}{u}\sqrt{N}$, hvor $u < t$. Til $sN$ kunde da de tvende Factorer ikke falde imellem $u\sqrt{N}$ og $\frac{s}{u}\sqrt{N}$. Sættes her som ovenfor $sN = (a + eu)^2 - ((a + eu)^2 - sN)$, bliver $a + eu = \frac{1}{2}\left(u + \frac{s}{u}\sqrt{N}\right)$ for Grændserne $u\sqrt{N}$ og $\frac{1}{u}\sqrt{N}$, ligesom $a + eu = \frac{1}{2}\left(t + \frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$

for Grændserne $t\sqrt{N}$ og $\frac{1}{t}\sqrt{N}$. Da nu N's Factorer gjerne kunne falde imellem de sidste Grændser fordi de ikke falde imellem de første, maae $\frac{1}{2}\left(u+\frac{s}{u}\right)\sqrt{N}$ være mindre end $\frac{1}{2}\left(t+\frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$, altsaa tillige $u+\frac{s}{u}<t+\frac{s}{t}$. Multipliceres her med tu, bliver $tu^2+st<t^2u+su$ og derfor ogsaa $st-su<t^2u-tu^2$, det er $s(t-u)<tu(t-u)$. Men $t>u$, altsaa $t-u$ positiv; divideres derfor med $t-u$, bliver $s<tu$, hvoraf $t>\frac{s}{u}$. Heraf følger at t vel kan tages større end $\frac{s}{u}$, men ikke mindre. Vælge vi derfor et saadant Tal for t, der fyldestgjør ovenstaaende Betingelse, da kunne vi derved bestemme om den største af N's tvende Factorer kan ligge imellem $u\sqrt{N}$ og $t\sqrt{N}$, ligesom om den mindste kan ligge imellem $\frac{1}{u}\sqrt{N}$ og $\frac{1}{t}\sqrt{N}$. Denne Beregning behøve vi da ikke at udføre videre end til u bliver $=\frac{1}{2e}\left(u-2\sqrt{s}+\frac{s}{u}\right)\sqrt{N}$.

Ovenfor bevistes at t stedse maatte være større end $\frac{s}{u}$, følgeligen ogsaa naar ingen Beregning er gaaet forud, det er naar u er $=1$. I dette Tilfælde kan t vel være større, men ikke mindre end s, som derfor bliver t's Minimum. Sættes altsaa $t=s$, bliver $u=\frac{1}{2e}(s-2\sqrt{s}+1)\sqrt{N}$; men efter foregaaende Paragraph blev, for samme Grændser, den høieste Værdie, hvortil u skulde beregnes, $=\frac{1}{2e}\left(s-2+\frac{1}{s}\right)\sqrt{N}$, som, hvis e er eens i begge Tilfælde, ikke ubetydeligen er større end $\frac{1}{2e}(s-2\sqrt{s}+1)\sqrt{N}$. Fordelen af at indføre Prim-Tallet s i Regningen bliver endnu større, naar e derved voxer, og af det Følgende vil sees at vi ved Valget af s virkeligen kunne erholde den Fordeel at e bliver større eller, i det Mindste, ikke mindre.

Havde vi betjent os af Formelen $sN=(A+2bfv+f^2v^2)-(b+fv)^2$ $=((b+fv)^2+sN)-(b+fv)^2$, da blev $c.sd$

$$=\left(\sqrt{(b+fv)^2+sN}+b+fv\right)\left(\sqrt{(b+fv)^2+sN}-(b+fv)\right),$$

altsaa, eftersom c eller sd var størst, $c=\sqrt{(b+fv)^2+sN}\pm(b+fv)$ og $sd=\sqrt{(b+fv)^2+sN}\mp(b+fv)$, som giver os $b+fv=\pm\frac{1}{2}(c-sd)$.

Skulde det dernæst undersøges om N's Factorer kunde ligge imellem $t\sqrt{N}$ og $\frac{1}{t}\sqrt{N}$, blev $b + fv = \pm\frac{1}{2}\left(t - \frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$, hvoraf, da Minimum af b er $= 0$, $v = \pm\frac{1}{2f}\left(t - \frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$. Er nu $t = s$, bliver $v = \frac{1}{2f}(s - 1)\sqrt{N}$, som, hvis f er eens i begge Tilfælde, ikkun saare lidet er mindre end $\frac{1}{2f}\left(s - \frac{1}{s}\right)\sqrt{N}$, saaledes som det, efter samme Formel, fandtes i foregaaende Paragraph. Bruge vi derfor Prim-Tallet s, bør vi stedse søge at udføre Beregningen efter Formelen $sN = (a + eu)^2 - (B + 2aeu + e^2u^2)$. At ogsaa dette, ved Valget af s, lader sig iværksætte, vil sees af det Følgende.

Endnu bør erindres at dersom N har virkelige Factorer, der ligge imellem de bestemte Grændser, kan Anvendelsen af Prim-Tallet s undertiden gjøre Undersøgelsen vidtløftigere end den, uden Brugen af s, vilde blive. Dette vil nemlig indtræffe naar c og d mere nærme sig til hverandre end c og sd. Da dette imidlertid ikke kan forudsees og da vi i alle Tilfælde dog komme til Maalet, endskjøndt maaskee noget senere, bør dette ikke afholde os fra at anvende Methoden, hvor Omstændighederne ellers gjør det tilraadeligt.

## §. 33.

Førend vi gaae over til at vise hvad der er at iagttage ved Valget af s, ville vi først undersøge Fordelene og Manglerne ved de forskjellige Beregnings-Maader, hvoraf man kan betjene sig for at bestemme om et opgivet Tal kan opløses i virkelige Factorer eller ikke.

Hvad nu, for det Første, de Tal angaaer, der endes med 1 eller 9, følger det allerede af §. 17, at Beregningen ikke bør foretages efter $\gamma$ og $\zeta$, ligesom heller ikke efter $\vartheta.2$ naar N's næstsidste Ciffer er lige, eller efter $\eta.2$ naar samme Ciffer er ulige. Disse Formler kunne vi derfor forbigaae. Beregningen bør følgeligen udføres enten efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$, eller efter een af de 3 øvrige Formler.

Ved Beregningen efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ erholder man den Fordeel at af Coefficienterne e og f den ene stedse er $= 50$ naar den anden er $= 100$, hvorved den høieste Værdie for den Ubestemte betydeligen formindskes. Derimod er det ved den en stor Mangel at den Beregning, som er udført nederst Side 29, maae foretages een Gang for hver af de Former, under hvilke de brugelige Værdier for den Ubestemte ere fremstillede, det er 32 Gange i 1ste og 3die, 24 Gange i 2det og 4de Exempel. Dette sees tydeligere af følgende

Tabel, hvor de over nogle Former anbragte Tal vise hvormange Værdier h kan have i hvert Tusinde af den Ubestemtes Værdier. Hvor et saadant Tal ikke staaer, kan h være hvilketsomhelst Tal.

**1ste Exempel.**

$$\alpha)\ u = 100h + \overset{6}{90} = 80h + 31 = 80h + 51 = 80h + 54 = 80h + 74 = 100h + \overset{6}{15} = 80h + 6 = 80h + 26$$
$$= 80h + 19 = 80h + 79;\ e = 50;$$

$$\beta)\ u = 80h + 40 = 80h + 60 = 80h + 3 = 80h + 63 = 100h + \overset{6}{84} = 80h + 15 = 80h + 35 = 80h + 8$$
$$= 80h + 28 = 100h + \overset{6}{59};\ e = 50;$$

$$\delta)\ v = 10h = 50h + \overset{12}{11} = 10h + 2 = 10h + 5 = 50h + \overset{12}{36} = 10h + 7;\ f = 100;$$

$$\varepsilon)\ v = 10h = 50h + \overset{12}{11} = 10h + 2 = 10h + 5 = 50h + \overset{12}{36} = 10h + 7;\ f = 100;$$

**2det Exempel.**

$$\alpha)\ u = 100h + \overset{3}{10} = 40h + 31 = 40h + 34 = 100h + \overset{3}{35} = 40h + 26 = 40h + 39;\ e = 50;$$

$$\beta)\ u = 40h = 40h + 3 = 100h + \overset{3}{64} = 40h + 35 = 40h + 8 = 100h + \overset{3}{39};\ e = 50;$$

$$\delta)\ v = 50h + \overset{12}{30} = 10h + 1 = 10h + 4 = 50h + \overset{12}{5} = 10h + 6 = 10h + 9;\ f = 100;$$

$$\varepsilon)\ v = 10h = 10h + 3 = 50h + \overset{12}{44} = 10h + 5 = 10h + 8 = 50h + \overset{12}{19};\ f = 100;$$

**3die Exempel.**

$$\alpha)\ u = 50h + \overset{12}{30} = 10h + 2 = 10h + 3 = 50h + \overset{12}{5} = 10h + 7 = 10h + 8;\ e = 100;$$

$$\beta)\ u = 50h + \overset{12}{30} = 10h + 2 = 10h + 3 = 50h + \overset{12}{5} = 10h + 7 = 10h + 8;\ e = 100;$$

$$\delta)\ v = 100h + \overset{6}{60} = 80h + 12 = 80h + 72 = 80h + 13 = 80h + 33 = 100h + \overset{6}{85} = 80h + 17$$
$$= 80h + 77 = 80h + 8 = 80h28;\ f = 50;$$

$$\varepsilon)\ v = 80h + 50 = 80h + 70 = 80h + 1 = 80h + 61 = 100h + \overset{6}{13} = 80h + 45 = 80h + 65$$
$$= 80h + 6 = 80h + 66 = 100h + \overset{6}{38};\ f = 50;$$

**4de Exempel.**

$\alpha)\ u = 10h = 10h + 1 = 50h + \overset{12}{43} = 10h + 5 = 10h + 6 = 50h + \overset{12}{18};\ e = 100;$

$\beta)\ u = 10h = 10h + 1 = 50h + \overset{12}{43} = 10h + 5 = 10h + 6 = 50h + \overset{12}{18};\ e = 100;$

$\delta)\ v = 40h = 100h + \overset{3}{72} = 40h + 24 = 40h + 35 = 100h + \overset{3}{47} = 40h + 19;\ f = 50;$

$\varepsilon)\ v = 40h + 20 = 100h + \overset{3}{52} = 40h + 4 = 40h + 15 = 100h + \overset{3}{27} = 40h = 39;\ f = 5;$

Er nu det opgivne Tal et Prim-Tal, eller dets virkelige Factorer ligge udenfor de bestemte Grændser, maae i det Mindste 24 saadanne Rækker beregnes, som findes Side 29 og 30. Laae derimod N's Factorer imellem de bestemte Grændser, da kunde muligen Opløsningen udføres ved een af de først beregnede Rækker, hvilket gjorde de Øvriges Beregning unødvendig; men det Modsatte kunde ogsaa indtræffe. Ogsaa er det en Mangel ved Methoden at Beregningen efter $\delta$ og $\varepsilon$ maae udføres efter Formelen $N = {}'A - {}'b^2$, som, efter §. 31, er mindre fordeelagtig. Denne Mangel kan imidlertid, som senere vil blive viist, hæves, dog ikke uden en nye Beregning. Det synes derfor som om et Tals Opløsning i Factorer efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ kun da bør foretages naar enten den Ubestemtes høieste Værdie er saa liden at de omtalte 24 eller 32 Rækker ikke behøve at beregnes, saaledes som det var Tilfældet med de i §. 13 til §. 16 angivne Tal, eller ogsaa naar N er saa stor at en mindre Coefficient end 50 vilde gjøre den høieste Værdie af den Ubestemte alt for uforholdsmæssig stor.

## §. 34.

Naar N's sidste Ciffer, ligesom i foregaaende Paragraph, er 1 eller 9, bliver der endnu trende Beregnings-Maader at undersøge. Beregningen kan nemlig skee enten efter $\eta.1$, eller efter $\vartheta.1$, eller endeligen, hvis N's næstsidste Ciffer er lige, efter $\eta.2$ og, hvis samme Ciffer er ulige, efter $\vartheta.2$. Sammenligningen lettes ved følgende Tabel:

**1ste Exempel.**

$\eta.1)\ x = 40h = 40h + 30 = 50h + \overset{12}{24} = 50h + \overset{12}{26};\ e = 1;$

$\eta.2)\ x = 80h + 20 = 80h + 40 = 100h + \overset{6}{12} = 100h + \overset{6}{63} = 80h + 35 = 80h + 55 = 100h + \overset{6}{87}$
$= 100h + \overset{6}{88};\ e = 2;$

$\vartheta.1)\ y = 20h = 100h + \overset{6}{12} = 100h + \overset{6}{48};\ f = 1;$

**2det Exempel.**

$\eta.1)\ x = 40h + 20 = 40h + 30 = 50 + \overset{12}{14} = 50h + \overset{12}{16};\ e = 1;$

$\eta.2)\ x = 40h + 10 = 100h + \overset{3}{82} = 100h + \overset{3}{83} = 40h + 15 = 100h + \overset{3}{7} = 100h + \overset{3}{58};\ e = 2;$

$\vartheta.1)\ y = 20h = 100h + \overset{6}{72} = 100h + \overset{6}{8};\ f = 1;$

**3die Exempel.**

$\eta.1)\ x = 20h = 100h + \overset{6}{44} = 100h + \overset{6}{76};\ e = 1;$

$\vartheta.1)\ y = 40h + 10 = 40h + 20 = 50h + \overset{12}{32} = 58 + \overset{12}{8};\ f = 1;$

$\vartheta.2)\ y = 80h + 50 = 80h + 70 = 100h + \overset{6}{41} = 100h + \overset{6}{54} = 80h + 5 = 80h + \overset{6}{25} = 100h + \overset{6}{66}$
$= 100h + \overset{6}{29};\ f = 2;$

**4de Exempel.**

$\eta.1)\ x = 20h = 100h + \overset{6}{4} = 100h + \overset{6}{36};\ e = 1;$

$\vartheta.1)\ y = 40h = 40h + 30 = 50h + \overset{12}{32} = 50h + \overset{12}{8};\ f = 1;$

$\vartheta.2)\ y = 40h + 20 = 100h + \overset{3}{91} = 100h + \overset{3}{4} = 40h + 15 = 100h + \overset{3}{16} = 100h + \overset{3}{79};\ f = 2;$

Alle have de den Mangel at Coefficienten e eller f kun er 1 eller 2, hvorved den Ubestemtes høieste Værdie bliver meget større end den ellers vilde blive. Paa den anden Side har denne Beregnings-Maade den betydelige Fordeel at Antallet af Formerne for den Ubestemte, altsaa tillige af de Rækker, der skulle beregnes, er saa lidet. Hertil kommer at nogle af disse Former ere særdeles fordeelagtige, som $\eta.2$ i 2det og $\vartheta.2$ i 4de Exempel.

Endnu maae vel bemærkes at den Ubestemtes Former ikke beroe paa om N's 3die sidste Ciffer er lige eller ulige, men derimod, naar det næstsidste Ciffer er lige, paa om $N = 8H + 1$ eller $= 4H + 1$ og naar samme Ciffer er ulige, om $N = 8H + 3$ eller $= 4H + 3$, hvor H med Coefficienten 8 baade kan være lige og ulige; men derimod kun ulige naar Coefficienten er 4. Vi ville betragte hvert Tilfælde for sig.

Er N's næstsidste Ciffer lige, da er for de Factorer, der endes med samme Ciffer, $b = 20h$ for $N = 8H + 1$ og $b = 20h + 10$ for $N = 4H + 1$. Derfor ville den Ube-

stemtes Former blive som 1ste Exempel naar $N = 8H + 1$ og som i 2det Exempel naar $N = 4H + 1$.

Er N's næstsidste Ciffer ulige, da er for de Factorer, hvis Ende-Ciffre ere forskjellige, $a = 20h + 10$ for $N = 8H + 3$ og $a = 20h$ for $N = 4H + 3$. Den Ubestemtes Former blive derfor som i 3die Exempel naar $N = 4H + 3$ og som i 4de Exempel naar $N = 8H + 3$.

## §. 35.

Med Hensyn til de Tal, der endes med 3 eller 7, er det allerede i §. 22 viist at naar N's næstsidste Ciffer er lige, bør Beregningen ikke udføres efter $\alpha$ og $\beta$, ligesaa lidt som efter $\varepsilon$. 2, og er samme Ciffer ulige, ikke efter $\gamma$ og $\delta$ eller efter $\zeta$. 2. Disse Formler kunne vi altsaa forbigaae. Hvad dernæst de øvrige Beregnings-Maader angaaer, da vil det af Paragrapherne fra 18 til 21 let sees at Beregningen efter $\gamma$ og $\delta$, naar N's næstsidste Ciffer er lige og efter $\alpha$ og $\beta$ naar det er ulige, heller ikke med Fordeel kan foretages da Antallet af den Ubestemtes Former enten er 20 eller 40 og da tillige den høieste Værdie for e eller f kun er 20. Der bliver derfor blot at undersøge Fordelene og Manglerne ved Beregningen efter de 3 øvrige Formler. Nedenstaaende Tabel letter Undersøgelsen:

### 5te Exempel.

$\varepsilon$. 1) $x = 20h = 20h + 12$; $e = 1$;
$\zeta$. 1) $y = 40h + 20 = 40h + 30 = 40h + 4 = 40h + 14$; $f = 1$;
$\zeta$. 2) $y = 80h + 50 = 80h + 70 = 80h + 2 = 80h + 22 = 80h + 55 = 80h + 75 = 80h + 7$
$= 80h + 27$; $f = 2$;

### 6te Exempel.

$\varepsilon$. 1) $x = 20h = 20h + 8$; $e = 1$;
$\zeta$. 1) $y = 40h = 40h + 10 = 40h + 24 = 40h + 34$; $f = 1$;
$\zeta$. 2) $y = 40h = 40h + 32 = 40h + 5 = 40h + 37$; $f = 2$;

### 7de Exempel.

$\varepsilon$. 1) $x = 40h = 40h + 30 = 40h + 8 = 40h + 38$; $e = 1$;
$\varepsilon$. 2) $x = 80h = 80h + 20 = 80h + 4 = 80h + 64 = 80h + 5 = 80h + 75 = 80h + 59$
$= 80h + 79$; $e = 2$;
$\zeta$. 1) $y = 20h = 20h + 4$; $f = 1$;

**8de Exempel.**

$\varepsilon.1)\ x = 40h = 40h + 10 = 40h + 2 = 40h + 32;\ \ e = 1;$

$\varepsilon.2)\ x = 40h = 40h + 1 = 40h + 25 = 40h + 16;\ \ e = 2;$

$\zeta.1)\ y = 20h = 20h + 16;\ \ f = 1;$

Af Ovenstaaende vil let sees hvilke Fordele og Mangler disse Formler have.

## §. 36.

Da Prim-Tallet s kan vælges saaledes at Productet sN kommer til at endes med hvilke Ciffre man vil, er det nødvendigt at undersøge hvilke de Ende-Ciffre af et Tal ere, der give den letteste Beregning. Til denne Undersøgelse kunne vi betjene os af hvad der er anført i de trende foregaaende Paragrapher.

Skal nu, for det Første, Beregningen foretages for de enkelte Combinationer af Tallets Factorer med Hensyn til deres Ende-Ciffre, da er det af foregaaende Paragraph indlysende at denne Beregnings-Maade ikke med Fordeel kan anvendes for de Tal, der endes med 3 eller 7. Derfor bliver i dette Tilfælde kun Beregningen efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ tilbage for de Tal, hvis sidste Ciffer er 1 eller 9. Vil man dernæst anvende de Formler, der paa een Gang gjelde for alle Factorernes Combinationer, da vil man af Tabellerne i de tvende foregaaende Paragrapher let overbevise sig om at disse Formler ere langt fordeelagtigere for de Tal der endes med 1 eller 9, end for dem, der endes med 3 eller 7.

Det vil derfor kunne ansees som afgjort at Beregningen er lettest for de Tal, hvis sidste Ciffer er 1 eller 9. Men selv ved disse Tal er Beregningen ikke stedse lige let. Dette beroer nemlig ogsaa paa andre Egenskaber ved Tallet. Skulle f. Ex. Formlerne i $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ anvendes, da viser Tabellen i §. 33 at den Ubestemtes Former ere fordeelagtigst i 2det Exempel, altsaa for de Tal, hvis sidste Ciffer er 1 eller 9, hvis næstsidste Ciffer er lige og som endeligen, i Følge Slutningen af §. 34, høre til Formen $4H + 1$. Hvorledes den Vanskelighed, som er omtalt i §. 33, at man nemlig ved Beregningen efter $\delta$ og $\varepsilon$ maae anvende den mindre fordeelagtige Formel $'A - 'b^2$, kan undgaaes, vil snart blive viist.

For det Tilfælde endeligen at man vil anvende een af de Formler, der paa een Gang gjelde for alle Combinationer af Factorerne, viser Tabellen i §. 34 at Beregningen fordeelagtigst foretages efter $\eta.2$ i 2det Exempel, følgeligen for de Tal, der have de samme Egenskaber, som ovenfor anførtes naar Beregningen skulde foretages efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$. Vel indeholder $\eta.2$ i 2det Exempel 6 Former, men de 4 af disse ere særdeles beqvemme, da Coefficienten til h i dem er 100 og da der for hvert Tusinde af x's Værdier kun 3 ere brugelige. Tillige er $e = 2$, der er den høieste Værdie, som e i dette Slags Former kan have.

## §. 37.

Da det saaledes er viist at de Tal, der endes med 1 eller 9, hvis næstsidste Ciffer er lige og som kunne henføres til Formen $4H+1$, give den letteste Beregning, maae Tallet multipliceres med et saadant Prim-Tal $s$ at Productet $sN$ faaer de omtalte Egenskaber. Dette giver os Anledning til nøiere at undersøge hvilken Indflydelse Multiplicationen med $s$ vil have paa det opgivne Tals tvende Factorer, hvad Ende-Ciffrene angaaer og forsaavidt Productet $sN$ kommer til at endes med 1 eller 9. For det Første er det indlysende at hvis $s$ endes med 1, maae Factorernes Ende-Ciffre blive de samme som førend Multiplicationen. Dernæst behøve vi, da $s$ er et Prim-Tal og vi derfor ved Beregningen først komme til Factorerne $c$ og $sd$, ikke at tage Hensyn uden til den Forandring, som den mindste Factor undergaaer ved Multiplicationen. Det Øvrige vil sees af nedenstaaende Tabel:

1) **For $N = ..1$**, er

$$N = ..1 \times ..1 = ..9 \times ..9 = ..3 \times ..7 = ..7 \times ..3, \text{ altsaa}$$
$$..9 \times N = ..1 \times ..9 = ..9 \times ..1 = ..3 \times ..3 = ..7 \times ..7;$$

2) **For $N = ..3$**, er

$$N = ..1 \times ..3 = ..3 \times ..1 = ..7 \times ..9 = ..9 \times ..7, \text{ altsaa}$$
$$..3 \times N = ..1 \times ..9 = ..3 \times ..3 = ..7 \times ..7 = ..9 \times ..1 \text{ og}$$
$$..7 \times N = ..1 \times ..1 = ..3 \times ..7 = ..7 \times ..3 = ..9 \times ..9;$$

3) **For $N = ..7$**, er

$$N = ..1 \times ..7 = ..7 \times ..1 = ..3 \times ..9 = ..9 \times ..3, \text{ altsaa}$$
$$..3 \times N = ..1 \times ..1 = ..7 \times ..3 = ..3 \times ..7 = ..9 \times ..9 \text{ og}$$
$$..7 \times N = ..1 \times ..9 = ..7 \times ..7 = ..3 \times ..3 = ..9 \times ..1;$$

4) **For $N = ..9$**, er

$$N = ..3 \times ..3 = ..7 \times ..7 = ..1 \times ..9 = ..9 \times ..1, \text{ altsaa}$$
$$..9 \times N = ..3 \times ..7 = ..7 \times ..3 = ..1 \times ..1 = ..9 \times ..9;$$

Denne Tabel kan nu umiddelbar anvendes til at hæve den i det Foregaaende omtalte Mangel ved Beregningen efter $\delta$ og $\varepsilon$. Endes nemlig det opgivne Tal med 1 eller 9, multipliceres det først med et Prim-Tal $s$, der endes med 1 og dernæst med eet, der endes

med 9. Disse Prim-Tal maae tillige være saaledes beskafne at Produeterne faae de flere Gange omtalte Egenskaber. For hvert af disse Producter udføres derpaa, efter $\alpha$ og $\beta$, Beregningen blot for de Factorer, der endes med samme Ciffer. Ved disse Beregninger bliver det da afgjort om det opgivne Tal lader sig opløse i virkelige Factorer, baade de der endes med samme Ciffer og de, der endes med forskjellige Ciffre.

Endes dernæst Tallet med 3 eller 7, da multipliceres det først med et Prim-Tal, der endes med 3, og dernæst med eet, der endes med 7. For hvert af disse Producter udføres dernæst Beregningen ganske som i foregaaende Tilfælde.

Skal Beregningen udføres efter $\eta$. 2 i 2det Exempel, behøves kun Multiplicationen med eet Prim-Tal s, nemlig et saadant, hvorved Productet sN faaer de samme Egenskaber, som ovenfor er anført.

## §. 38.

Da Productet sN skal have de Egenskaber, som ere anførte i Begyndelsen af foregaaende Paragraph, maae Prim-Tallet s vælges saaledes at disse Betingelser opfyldes. Hvad nu den Egenskab angaaer at sN skal høre til Formen $4h + 1$, da sees let at

for $N = 4h + 1$ maae s være $= 8h + 1$
..... $8h + 1$ ..... $4h + 1$
..... $4h + 3$ ..... $8h + 3$
..... $8h + 3$ ..... $4h + 3$.

Ved Anvendelsen kan nedenstaaende Tabel lette Valget af s. Den indeholder de Prim-Tal, der høre til enhver af de ovenfor anførte Former, dog kun til 1000, da en høiere Værdie for s neppe er brugelig.

1) **For $4h + 1$**

13; 29; 37; 53; 61; 101; 109; 149; 157; 173; 181; 197; 229; 269; 277; 293; 317; 349; 373; 389; 397; 421; 461; 509; 541; 557; 613; 653; 661; 677; 701; 709; 733; 757; 773; 797; 821; 829; 853; 877; 941; 997.

2) **For $8h + 1$**

17; 41; 73; 89; 97: 113; 137; 193; 233; 241; 257; 281; 313; 337; 353; 401; 409; 433; 449; 457; 521; 569; 577; 593; 601; 617; 641; 673; 761; 769; 809; 857; 881; 929; 937; 953; 977.

3) **For 4h + 3**

7; 23; 31; 47; 71; 79; 103; 127; 151; 167; 191; 199; 223; 239; 263; 271; 311; 359; 367; 383; 431; 439; 463; 479; 487; 503; 599; 607; 631; 647; 719; 727; 743; 751; 823; 839; 863; 887; 911; 919; 967; 983; 991.

4) **For 8h + 3**

11; 19; 43; 59; 67; 83; 107; 131; 139; 163; 179; 211; 227; 251; 283; 307; 331; 347; 379; 419; 443; 467; 491; 499; 523; 547; 563; 571; 587; 619; 643; 659; 683; 691; 739; 787; 811; 827; 859; 883; 907; 947; 971.

Da nu Formen for N stedse er given, kan man af denne Tabel for s vælge eet af de Prim-Tal, hvorved sN faaer Formen $4h + 1$ og tillige endes med 1 eller 9.

Tillade andre Hensyn det, bør man ogsaa for s vælge et saadant Prim-Tal at Productet sN giver det mindste Antal brugelige Værdier for een eller flere Værdier af m; thi derved ville flere af den Ubestemtes ellers brugelige Værdier gaae ud. Hvad nu $m = 27$ angaaer, da er det i §. 25 viist at for n er det fordeelagtigst naar $N = 3h + 1$ og for p naar $N = 3h + 2$. Skal derfor sN være $= 3h + 1$, maae s og N enten begge være $= 3h + 1$ eller begge $= 3h + 2$. Skal derimod sN være $= 3h + 2$, maae s være $= 3h + 1$ naar N er $= 3h + 2$ eller omvendt. For de øvrige Værdier af m gjelder en anden Regel. Sættes i Almindelighed $N = mh + r$ og $s = m'h + 'r$, altsaa $sN = mH + r'r$, da vil det befindes at dersom r er een af de fordeelagtige Rester for n, maae 'r være een af de ufordeelagtige, og omvendt. For p derimod maae Resterne r og 'r enten begge være fordeelagtige eller begge ufordeelagtige, dersom ellers sN skal give en fordeelagtig Rest.

## §. 39.

Hvad der i Øvrigt er at iagttage ved Valget af Prim-Tallet s kan henføres til Følgende:

1) For Grændserne $s\sqrt{N}$ og $\frac{1}{s}\sqrt{N}$ er, efter §. 31, $d = \frac{1}{s}\sqrt{N}$, altsaa $ds = \sqrt{N}$, hvoraf følger at d og s vore eller tage af i omvendt Forhold. Nu skal s i alle Tilfælde, forsaavidt vi dermed ville multiplicere N, ikke alene være et heelt Tal, men ogsaa et Prim-Tal. Har man altsaa foreløbigen bestemt d, vælges for s det Prim-Tal der er nærmest $\frac{1}{d}\sqrt{N}$ og som i andre Henseender er fordeelagtigt, af hvilket derpaa den virkelige Grændse d

bestemmes. Antages f. Ex. $\mathfrak{d} = 100$ for $N = 9737801$, bliver 31 det nærme Prim-Tal til $\frac{1}{\mathfrak{d}}\sqrt{N}$ og er dette Tal brugeligt, findes $\mathfrak{d} \begin{matrix} > 100 \\ < 101 \end{matrix}$. Vilde vi derimod af andre Grunde vælge 29 eller 37, blev $\mathfrak{d} \begin{matrix} > 107 \\ < 108 \end{matrix}$ eller $\mathfrak{d} \begin{matrix} > 84 \\ < 85 \end{matrix}$. Skulde imidlertid den bestemte Grændse $\mathfrak{d}$ beholdes, da maatte $\mathfrak{s}$ vælges $< \frac{1}{\mathfrak{d}}\sqrt{N}$ og Beregningen maatte derpaa, efter §. 32, fortsættes til u blev $= \frac{1}{2e}\left(t - 2\sqrt{\mathfrak{s}} + \frac{\mathfrak{s}}{t}\right)\sqrt{N}$, hvor t da var $= \frac{1}{\mathfrak{d}}\sqrt{N}$.

2) Ligesom man af $\mathfrak{s}$ eller af $\mathfrak{s}$ og t kan beregne u naar N og e ere givne, saaledes kan man ogsaa omvendt af u beregne $\mathfrak{s}$ eller t. Vi finde nemlig

$$\text{af } u = \frac{1}{2e}\left(\mathfrak{s} - 2 + \frac{1}{\mathfrak{s}}\right)\sqrt{N} \text{ at } \mathfrak{s} = \frac{1}{\sqrt{N}}\left(eu + \sqrt{N} + \sqrt{(eu + \sqrt{N})^2 - N}\right)$$

$$\ldots u = \frac{1}{2e}\left(\mathfrak{s} - 2\sqrt{\mathfrak{s}} + 1\right)\sqrt{N} \ldots \mathfrak{s} = \frac{1}{\sqrt{N}}\left(2eu + \sqrt{N} + 2\sqrt{2eu\sqrt{N}}\right)$$

$$\ldots u = \frac{1}{2e}\left(t - 2\sqrt{\mathfrak{s}} + \frac{\mathfrak{s}}{t}\right)\sqrt{N} \ldots t = \frac{1}{\sqrt{N}}\left(eu + \sqrt{\mathfrak{s}N} + \sqrt{(eu + \sqrt{\mathfrak{s}N})^2 - \mathfrak{s}N}\right)$$

hvoraf igjen $\mathfrak{d}$ kan beregnes.

Har man nu bestemt sig for en Værdie af u, kan man deraf, efter den Formel man vil bruge, beregne $\mathfrak{s}$ eller t. Skal $\mathfrak{s}$ derfor være et Prim-Tal, maae det vælges, der er nærmest det udbragte Tal og som i andre Henseender er fordeelagtigt. Om dette er lidet større eller mindre, gjør ikke meget til Sagen, da u selv gjerne kan være noget større eller mindre end det først antagne. Hvad Værdien af u angaaer, da beroer det især paa Coefficienten til h i de Rækker, som ere anførte Side 30 og 32; og denne Coefficient beroer igjen deels paa Coefficienten til h i Formerne for den Ubestemtes Værdier, deels paa de Værdier af m vi ville anvende. Antages det f. Ex. at Regningen skulde udføres til u blev omtrent 100000, da vilde der udfordres 4 til 5 saadanne Rækker som Side 30 for Coefficienten 23100; 8 til 9 saadanne som Side 32 for Coefficienten 11880 og endeligen 10 til 11 saadanne Rækker som Side 30 for Coefficienten 9240. I sidste Tilfælde blev Regningen temmelig vidtløftig. Man gjør derfor i Almindelighed bedst i ikke at vælge for stor en Værdie for $\mathfrak{s}$, altsaa ikke for liden en Værdie for $\mathfrak{d}$, men hellere ved simpel Division bestemme om noget af de Prim-Tal, der ere mindre end $\mathfrak{d}$, gaaer op i N. Antages f. Ex.

at for $N = 9737801$ i Formelen $\eta$. 1 Side 11, $\delta$ skulde være $= 50$, blev $x = 94288$, altsaa mere end dobbelt saa stort som for $\delta = 100$. Nu sees det let at Divisionen med de 10 Prim-Tal, der ligge imellem 50 og 100, langt fra kan medtage saa megen Tid som Beregningen fra $x = 45614$ til $x = 94288$ i de 4 Former for den Ubestemte.

Dersom i Øvrigt N eller $\delta N$ har Formen $3h + 1$, i hvilket Tilfælde kun 4 Værdier af 27 ere brugelige, vil det være rigtigst at sætte disse 4 Værdier i Forbindelse med, om muligt, de fordeelagtige Rester for $m = 11$ eller $m = 13$. Rækken kommer da til at bestaae af 20 eller 24 Led. Har derimod N eller $\delta N$ Formen $3h + 2$, som for $m = 3$ kun giver os een Form, da bør, hvis det kan skee, denne Form sættes i Forbindelse med de fordeelagtige Rester for $m = 7$ og $m = 17$, hvilket giver os 24 Led i hver Række.

Nedenstaaende Tabel over Antallet af Prim-Tallene for de 10 første Hundreder, kan tjene til omtrentlig at bestemme den Tid, der udfordres til den nylig omtalte Division med Prim-Tallene forfra til en bestemt Grændse.

Det 1ste Hundrede indeholder 23 Prim-Tal (1, 2 og 5 ere her ikke medregnede)
... 2det ..... 21 .....
... 3die ..... 16 .....
... 4de ..... 16 .....
... 5te ..... 17 .....
... 6te ..... 14 .....
... 7de ..... 16 .....
... 8de ..... 14 .....
... 9de ..... 15 .....
...10de ..... 14 .....

3) For $\delta$ bør ikke letteligen noget af de Prim-Tal vælges, som indeholdes i den 6te Tabel, thi derved vilde den Deel af Tabellen ikke kunne anvendes og Indskrænkningen af de brugelige Værdier for den Ubestemte vilde derved blive mindre end det ellers vilde være Tilfældet.

## §. 40.

Til Slutning nogle almindelige Bemærkninger, især med Hensyn til den Orden, hvori Beregningerne bør foretages.

Allerførst divideres det opgivne Tal med de Prim-Tal, der indeholdes i den 6te Tabel. Gaaer intet af disse op i Tallet, bestemmes Grændsen $\delta$, enten umiddelbar

eller efter No. 2 i foregaaende Paragraph. At d's Storhed beroer deels paa Storheden af Tallet N og deels paa om Beregningen skal udføres efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ eller efter $\eta$. 2 i 2det Exempel, sees let. I første Tilfælde kan d tages mindre, i sidste større. Naar da d er bestemt, fortsættes Divisionen med de øvrige Prim-Tal, der ere mindre end d; thi det kunde hændes at eet af dem gik op i N og Beregningen vilde da gjelde Qvotienten og ikke N. Gaaer derimod intet af dem op, beregnes $t = \frac{1}{d}\sqrt{N}$, hvorpaa man for s vælger et saadant Prim-Tal, der for det Første er mindre end t og dernæst giver Productet sN de i Begyndelsen af §. 37 omtalte Egenskaber, hvorved tillige er at tage Hensyn til hvad der er anført i Slutningen af §. 38. Har man nu bestemt Værdien af s, multipliceres N dermed og for Productet sN beregnes dernæst, efter Paragrapherne 13 til 16 de, indtil videre, brugelige Værdier af u eller x, enten i $\alpha$; $\beta$; $\delta$ og $\varepsilon$ eller i $\eta$. 2, eftersom det, med Hensyn til Tallets Storhed, findes rigtigst. Derved erholdes den første Indskrænkning i Indsætningernes Antal. For at erholde den anden og vigtigste Indskrænkning, divideres derpaa sN, a og e med Prim-Tallene i 6te Tabel og de derved fremkomne Rester r, a og e optegnes, hvorpaa den, øverst S. 29, udførte Beregning foretages. Er nu u eller x ikke for stor, behøver man kun af de først beregnede Værdier at bortkaste dem, som dividerede med de omtalte Prim-Tal, give andre Rester end de beregnede, og derpaa ved Indsætning af de tilbageblevne undersøge om 'B derved bliver et fuldkomment Qvadrat-Tal eller ikke. Det Samme kan ogsaa, ved større Værdier for u eller x, skee med de fordeelagtigste af den Ubestemtes Former, som i 2det Exempel $\alpha$ og $\beta$ for $u = 100h + \overset{3}{10} = 100h + \overset{3}{35} = 100h + \overset{3}{64} = 100h + \overset{3}{39}$ og i $\eta$. 2 for $x = 100h + \overset{3}{82} = 100h + \overset{3}{83} = 100h + \overset{3}{7} = 100h + \overset{3}{58}$. Er derimod u eller x saa store at Opskrivningen af de først beregnede Værdier vilde blive for vidtløftig, kan dette undgaaes ved at gjøre den Beregning, der er udført Side 29 nederst. Hvad der i den Henseende er at iagttage, kan sees af de tvende foregaaende Paragrapher. Dog bør man stedse føre Beregningen for hver enkelt Form af den Ubestemte ganske til Ende, førend man begynder med den næste; thi giver den første, eller een af de første, os Tallets Opløsning i virkelige Factorer, da bliver Beregningen for de følgende Former unødvendig.

Skeer Beregningen efter $\alpha$; $\beta$; $\delta$ samt $\varepsilon$, og man vil undgaae den mindre fordeelagtige Beretning efter $\delta$ og $\varepsilon$, da multipliceres først N med et Prim-Tal s efter de forhen angivne Regler og Beregningen udføres da efter Formerne i $\alpha$ og $\beta$. Give disse

ingen Opløsning af Tallet, multipliceres N med et andet Prim-Tal 's, som, efter §. 37 og 38, vælges saaledes at de Factorer der i sN havde forskjellige Ende-Ciffre, i Productet 'sN faae eens Ende-Ciffre, hvorved Beregningen kan udføres efter de beqvemmere Former i $\alpha$ og $\beta$. Endes derfor N med 1 eller 9, maae det ene af Prim-Tallene endes med 1 og det andet med 9; og endes N med 3 eller 7, maae af s og 's det ene endes med 3, det andet med 7.

Endeligen kan erindres at dersom det ved en foregaaende Beregning er afgjort at ingen af N's Factorer kan ligge imellem $u\sqrt{N}$ og $\frac{1}{u}\sqrt{N}$, kan derved s tages større, da dette Prim-Tal blot behøver at være mindre end tu. Derved vil det blive mindre vanskeligt at finde tvende Prim-Tal s og 's, der fyldestgjøre de ovenfor angivne Betingelser.

## Rettelser.

Side 35 maae det Punctum: Denne Beregning o. s. v. forandres til Følgende: Ved den foregaaende Beregning, at nemlig ingen af Factorerne kan falde imellem $u\sqrt{N}$ og $\frac{1}{u}\sqrt{N}$, erholdes den Fordeel at Prim-Tallet s, som blot skal være mindre end tu, kan tages større, hvorved den høieste Værdie for den Ubestemte i Formelen $\frac{1}{2e}\left(t-2\sqrt{s}+\frac{s}{t}\right)\sqrt{N}$ bliver mindre.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Tab. II; 2den Side; | 2den Spaltes 1ste Rubrik, | 4de Linie, | 5te Tal staaer | 818, | læs: | 618. |
| ..... | 4de..... | 2den..... | 3die..... | 2det..... | 20..... | 30. |
| ..... | 3die..... | 5te..... | 9de..... | 1ste..... | 172..... | 072. |
| ..... | 3die..... | 3die..... | 1ste ..... | 10de..... | 5te..... | 824..... | 724. |
| ..... | 4de..... | 3die..... | 2den..... | 10de..... | 1ste..... | 392..... | 292. |
| ..... | 1ste..... | 5te..... | 5te..... | 2det..... | 931..... | 991. |
| ... III; | 4de..... | 2den..... | 4de..... | 10de..... | 5te..... | 506..... | 606. |
| ... VI; | 3die..... | sidste Spalte | 15de Linie, | staaer 1; | 28, | læs: | 9; 20; |

# Tab. I.

Et fuldkomment Qvadrat-Tals 3de sidste Ciffre kunne ikkun være følgende:

000, 100, 400, 500, 600, 900;

001, 201, 401, 601, 801; —; 121, 321, 521, 721, 921; —; 041, 241, 441, 641, 841; —; 161, 361, 561, 761, 961; —; 081, 281, 481, 681, 881;

004, 104, 204, 304, 404, 504, 604, 704, 804, 904; —; 024, 124, 224, 324, 424, 524, 624, 724, 824, 924; —; 044, 144, 244, 344, 444, 544, 644, 744, 844, 944; —; 064, 164, 264, 364, 464, 564, 664, 764, 864, 964; —; 084, 184, 284, 384, 484, 584, 684, 784, 884, 984;

025, 225, 625;

016, 116, 216, 316, 416, 516, 616, 716, 816, 916; —; 036, 136, 236, 336, 436, 536, 636, 736, 836, 936; —; 056, 156, 256, 356, 456, 556, 656, 756, 856, 956; —; 076, 176, 276, 376, 476, 576, 676, 776, 876, 976; —; 096, 196, 296, 396, 496, 596, 696, 796, 896, 996;

009, 209, 409, 609, 809; —; 129, 329, 529, 729, 929; —; 049, 249, 449, 649, 849; —; 169, 369, 569, 769, 969; —; 089, 289, 489, 689, 889;

Med Hensyn til de 4 sidste Ciffre kan det erindres, at for et fuldkomment Qvadrat-Tal, der skal endes med 0, kunne disse Ciffre ikkun være:

0000, 0100, 2100, 4100, 6100, 8100, —, 0400, 2400, 4400, 6400, 8400, —, 2500, —, 1600, 3600, 5600, 7600, 9600, —, 0900, 2900, 4900, 6900, 8900.

Hvad de Tal angaaer, der endes med 4 eller 6, ville ikkun de, som ovenfor ere understregede, kunne høre til fuldkomne Qvadrat-Tal, naar det 4de sidste Ciffer er lige, og de øvrige ikkun da, naar samme Ciffer er ulige.

De Tal endeligen, der endes med 1, 5 eller 9, kunne stedse høre til fuldkomne Qvadrat-Tal, naar deres 3de sidste Ciffre ere de ovenfor anførte, hvilket endogsaa det 4de sidste Ciffer er.

# Tab. II.

| N's sidste Ciffre. | a's sidste Ciffre. for N = . . 1 × . . 1 | a's sidste Ciffre. for N = . . 9 × . . 9 | N = . . 1 × . . 1 / . . 9 × . . 9 |
|---|---|---|---|
| 001 og 501 | 051, 251, 451, 551, 751, 951, | 049, 249, 449, 549, 749, 949, | |
| | 001, 201, 301, 501, 701, 801, | 199, 299, 499, 699, 799, 999, | For 001, 201, 401, 601 |
| 101...601 | 051, 251, 351, 551, 751, 851, | 149, 249, 449, 649, 749, 949, | og 801 endes b med |
| | 001, 101, 301, 501, 601, 801, | 199, 399, 499, 699, 899, 999, | 00, 20, 40, 60 og 80. |
| 201...701 | 051, 151, 351, 551, 651, 851, | 149, 349, 449, 649, 849, 949, | |
| | 101, 301, 401, 601, 801, 901, | 099, 199, 399, 599, 699, 899, | |
| 301...801 | 151, 351, 451, 651, 851, 951, | 049, 149, 349, 549, 649, 849, | For 101, 301, 501, 701 |
| | 101, 201, 401, 601, 701, 901, | 099, 299, 399, 599, 799, 899, | og 901 endes b med |
| 401...901 | 151, 251, 451, 651, 751, 951, | 049, 249, 349, 549, 749, 849, | 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 001, 201, 401, 501, 701, 901, | 099, 299, 499, 599, 799, 999, | |
| 011 | 006, 106, 306, 506, 606, 806, | 194, 394, 494, 694, 894, 994, | |
| 111 | 056, 156, 356, 556, 656, 856, | 144, 344, 444, 644, 844, 944, | |
| 211 | 106, 206, 406, 606, 706, 906, | 094, 294, 394, 594, 794, 894, | |
| 311 | 156, 256, 456, 656, 756, 956, | 044, 244, 344, 544, 744, 844, | |
| 411 | 006, 206, 306, 506, 706, 806, | 194, 294, 494, 694, 794, 994, | b endes med 5. |
| 511 | 056, 256, 356, 556, 756, 856, | 144, 244, 444, 644, 744, 944, | |
| 611 | 106, 306, 406, 606, 806, 906, | 094, 194, 394, 594, 694, 894, | |
| 711 | 156, 356, 456, 656, 856, 956, | 044, 144, 344, 544, 644, 844, | |
| 811 | 006, 206, 406, 506, 706, 906, | 094, 294, 494, 594, 794, 994, | |
| 911 | 056, 256, 456, 556, 756, 956, | 044, 244, 444, 544, 744, 944, | |
| 021...521 | 161, 261, 461, 661, 761, 961, | 039, 239, 339, 539, 739, 839, | |
| | 011, 211, 411, 511, 711, 911, | 089, 289, 489, 589, 789, 989, | For 021, 221, 421, 621 |
| 121...621 | 061, 261, 461, 561, 761, 961, | 039, 239, 439, 539, 739, 939, | og 821 endes b med |
| | 011, 211, 311, 511, 711, 811, | 189, 289, 489, 689, 789, 989, | 10, 30, 50, 70 og 90. |
| 221...721 | 061, 261, 361, 561, 761, 861, | 139, 239, 439, 639, 739, 939, | |
| | 011, 111, 311, 511, 611, 811, | 189, 389, 489, 689, 889, 989, | |
| 321...821 | 061, 161, 361, 561, 661, 861, | 139, 339, 439, 639, 839, 939, | For 121, 321, 521, 721 |
| | 111, 311, 411, 611, 811, 911, | 089, 189, 389, 589, 689, 889, | og 921 endes b med |
| 421...921 | 161, 361, 461, 661, 861, 961, | 039, 139, 339, 539, 639, 839, | 00, 20, 40, 50 og 80. |
| | 111, 211, 411, 611, 711, 911, | 089, 289, 389, 589, 789, 889, | |
| 031 | 016, 216, 416, 516, 716, 916, | 084, 284, 484, 584, 784, 984, | |
| 131 | 066, 266, 466, 566, 766, 966, | 034, 234, 434, 534, 734, 934, | |
| 231 | 016, 116, 316, 516, 616, 816, | 184, 384, 484, 684, 884, 984, | |
| 331 | 066, 166, 366, 566, 666, 866, | 134, 334, 434, 634, 834, 934, | |
| 431 | 116, 216, 416, 616, 716, 916, | 084, 284, 384, 584, 784, 884, | b endes med 5. |
| 531 | 166, 266, 466, 666, 766, 966, | 034, 234, 334, 534, 734, 834, | |
| 631 | 016, 216, 316, 516, 716, 816, | 184, 284, 484, 684, 784, 984, | |
| 731 | 066, 266, 366, 566, 766, 866, | 134, 234, 434, 634, 734, 934, | |
| 831 | 116, 316, 416, 616, 816, 916, | 084, 184, 384, 584, 684, 884, | |
| 931 | 166, 366, 466, 666, 866, 966, | 034, 134, 334, 534, 634, 834, | |
| 041 og 541 | 071, 271, 371, 571, 771, 871, | 129, 229, 429, 629, 729, 929, | |
| | 021, 121, 321, 521, 621, 821, | 179, 379, 479, 679, 879, 979, | For 041, 241, 441, 641 |
| 141...641 | 071, 171, 371, 571, 671, 871, | 129, 329, 429, 629, 829, 929, | og 841 endes b med |
| | 121, 321, 421, 621, 821, 921, | 079, 179, 379, 579, 679, 879, | 00, 20, 40, 60 og 80. |
| 241...741 | 171, 371, 471, 671, 871, 971, | 029, 129, 329, 529, 629, 829, | |
| | 121, 221, 421, 621, 721, 921, | 079, 279, 379, 579, 779, 879, | |
| 341...841 | 171, 271, 471, 671, 771, 971, | 029, 229, 329, 529, 729, 829, | For 141, 341, 541, 741 |
| | 021, 221, 421, 521, 721, 921, | 079, 279, 479, 579, 779, 979, | og 941 endes b med |
| 441...941 | 071, 271, 471, 571, 771, 971, | 029, 229, 429, 529, 729, 929, | 10, 30, 80, 70 og 90. |
| | 021, 221, 321, 521, 721, 821, | 179, 279, 479, 679, 779, 979, | |

# Tab. II.

| N's sidste Ciffre. | b's sidste Ciffre. for N = . . 3 × . . 7 | b's sidste Ciffre. for N = . . 7 × . . 3 | N = . . 3 × . . 7 / . . 7 × . . 3 |
|---|---|---|---|
| 001 | 068, 168, 468, 568, 668, 968, | 032, 332, 432, 532, 832, 932, | a endes med 5. |
| 101 | 118, 218, 318, 618, 718, 818, | 182, 282, 382, 682, 782, 882, | |
| 201 | 268, 368, 468, 768, 868, 968, | 032, 132, 232, 532, 632, 732, | |
| 301 | 018, 118, 418, 518, 818, 918, | 082, 382, 482, 582, 882, 982, | |
| 401 | 068, 168, 268, 568, 668, 768, | 232, 332, 432, 732, 832, 932, | |
| 501 | 218, 318, 418, 718, 818, 918, | 082, 182, 282, 582, 682, 782, | |
| 601 | 068, 368, 468, 568, 868, 968, | 032, 132, 432, 532, 632, 932, | |
| 701 | 018, 118, 218, 518, 618, 718, | 282, 382, 482, 782, 882, 982, | |
| 801 | 168, 268, 368, 668, 768, 868, | 132, 232, 332, 632, 732, 832, | |
| 901 | 018, 318, 418, 518, 818, 918, | 082, 182, 482, 582, 682, 982, | |
| 011 og 511 | 033, 333, 433, 533, 833, 933, | 067, 167, 467, 567, 667, 967, | For 011, 211, 411, 611 og 811 endes a med 10, 20, 50, 70 og 90. |
| | 083, 183, 283, 583, 683, 783, | 217, 317, 417, 717, 817, 917, | |
| 111...611 | 233, 333, 433, 733, 833, 933, | 067, 167, 267, 567, 667, 767, | |
| | 083, 183, 483, 583, 683, 983, | 017, 317, 417, 517, 817, 917, | |
| 211...711 | 133, 233, 333, 633, 733, 833, | 167, 267, 367, 667, 767, 867, | |
| | 083, 383, 483, 583, 883, 983, | 017, 117, 417, 517, 617, 917, | |
| 311...811 | 033, 133, 233, 533, 633, 733, | 267, 367, 467, 767, 867, 967, | For 111, 311, 511, 711 og 911 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 283, 383, 483, 783, 883, 983, | 017, 117, 217, 517, 617, 717, | |
| 411...911 | 033, 133, 433, 533, 633, 933, | 067, 367, 467, 567, 867, 967, | |
| | 183, 283, 383, 683, 783, 883, | 117, 217, 317, 617, 717, 817, | |
| 021 | 098, 198, 498, 598, 698, 998, | 002, 302, 402, 502, 802, 902, | a endes med 5. |
| 121 | 148, 248, 348, 648, 748, 848, | 152, 252, 352, 652, 752, 852, | |
| 221 | 298, 398, 498, 798, 898, 998, | 002, 102, 302, 502, 602, 702, | |
| 321 | 048, 148, 448, 548, 648, 948, | 052, 352, 452, 552, 852, 952, | |
| 421 | 098, 198, 298, 598, 698, 798, | 202, 302, 402, 702, 802, 902, | |
| 521 | 248, 348, 448, 748, 848, 948, | 052, 152, 252, 552, 652, 752, | |
| 621 | 098, 398, 498, 598, 898, 998, | 002, 102, 402, 502, 602, 902, | |
| 721 | 048, 148, 248, 548, 648, 748, | 252, 352, 452, 752, 852, 952, | |
| 821 | 198, 298, 398, 698, 798, 898, | 102, 202, 302, 602, 702, 802, | |
| 921 | 048, 348, 448, 548, 848, 948, | 052, 152, 452, 552, 652, 952, | |
| 031 og 531 | 063, 163, 463, 563, 663, 963, | 037, 337, 437, 537, 837, 937, | For 031, 231, 431, 631, og 831 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 213, 313, 413, 713, 813, 913, | 087, 187, 287, 587, 687, 787, | |
| 131...631 | 063, 363, 463, 563, 863, 963, | 037, 137, 437, 537, 637, 937, | |
| | 113, 213, 313, 613, 713, 813, | 187, 287, 387, 687, 787, 887, | |
| 231...731 | 263, 363, 463, 763, 863, 963, | 037, 137, 237, 537, 637, 737, | |
| | 013, 113, 213, 513, 613, 713, | 287, 387, 487, 787, 887, 987, | |
| 331...831 | 163, 263, 363, 663, 763, 863, | 137, 237, 337, 637, 737, 837, | For 131, 331, 531, 731, og 931 endes a med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 013, 113, 413, 513, 613, 913, | 087, 387, 487, 587, 887, 987, | |
| 431...931 | 063, 163, 263, 563, 663, 763, | 237, 337, 437, 737, 837, 937, | |
| | 013, 313, 413, 513, 813, 913, | 087, 187, 487, 587, 687, 987, | |
| 041 | 228, 328, 428, 728, 828, 928, | 072, 172, 272, 572, 672, 772, | a endes med 5. |
| 141 | 078, 378, 478, 578, 878, 978, | 022, 122, 422, 522, 622, 922, | |
| 241 | 028, 128, 228, 528, 628, 728, | 272, 372, 472, 772, 872, 972, | |
| 341 | 178, 278, 378, 678, 778, 878, | 122, 222, 322, 622, 722, 822, | |
| 441 | 028, 328, 428, 528, 828, 928, | 072, 172, 472, 572, 672, 972, | |
| 541 | 078, 178, 478, 578, 678, 978, | 022, 322, 422, 522, 822, 922, | |
| 641 | 128, 228, 328, 628, 728, 828, | 172, 272, 372, 672, 772, 872, | |
| 741 | 278, 378, 478, 778, 878, 978, | 022, 122, 222, 522, 622, 722, | |
| 841 | 028, 128, 428, 528, 628, 928, | 172, 372, 472, 572, 872, 972, | |
| 941 | 078, 178, 278, 578, 678, 778, | 222, 322, 422, 722, 822, 922, | |

# Tab. II.

| N's sidste Ciffre. | a's sidste Ciffre. for N = . . 1 × . . 1 | a's sidste Ciffre. for N = . . 9 × . . 9 | N = . . 1 × . . 1 / . . 9 × . . 9 |
|---|---|---|---|
| 051 | 026, 226, 326, 526, 726, 826, | 174, 274, 474, 674, 774, 974, | b endes med 5. |
| 151 | 076, 276, 376, 576, 776, 876, | 124, 224, 424, 624, 724, 924, | |
| 251 | 126, 326, 426, 626, 826, 926, | 074, 174, 374, 574, 674, 874, | |
| 351 | 176, 376, 476, 676, 876, 976, | 024, 124, 324, 524, 624, 824, | |
| 451 | 026, 226, 426, 526, 726, 926, | 074, 274, 474, 574, 774, 974, | |
| 551 | 076, 276, 476, 576, 776, 976, | 024, 224, 424, 524, 724, 924, | |
| 651 | 026, 126, 326, 526, 626, 826, | 174, 374, 474, 674, 874, 974, | |
| 751 | 076, 176, 376, 576, 676, 876, | 124, 324, 424, 624, 824, 924, | |
| 851 | 126, 226, 426, 626, 726, 926, | 074, 274, 374, 574, 774, 874, | |
| 951 | 176, 276, 476, 676, 776, 976, | 024, 224, 324, 524, 824, 824, | |
| 061 og 561 | 081, 281, 381, 581, 781, 881, | 119, 219, 419, 619, 719, 919, | For 061, 261, 461, 661, og 861 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 031, 131, 331, 531, 631, 831, | 169, 369, 469, 669, 869, 969, | |
| 161...661 | 081, 181, 381, 581, 681, 881, | 119, 319, 419, 619, 819, 919, | |
| | 131, 331, 431, 631, 831, 931, | 069, 169, 369, 569, 669, 869, | |
| 261...761 | 181, 381, 481, 681, 881, 981, | 019, 119, 319, 519, 619, 819, | |
| | 131, 231, 431, 631, 731, 931, | 069, 269, 369, 569, 769, 869, | |
| 361...861 | 181, 281, 481, 681, 781, 981, | 019, 219, 319, 519, 719, 819, | For 161, 361, 561, 761, og 961 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 031, 231, 431, 531, 731, 931, | 069, 269, 469, 569, 769, 969, | |
| 461...961 | 081, 281, 481, 581, 781, 981, | 019, 219, 419, 519, 719, 919, | |
| | 031, 231, 331, 531, 731, 931, | 169, 269, 469, 669, 769, 969, | |
| 071 | 036, 236, 436, 536, 736, 936, | 064, 264, 464, 564, 764, 964, | b endes med 5. |
| 171 | 086, 286, 486, 586, 786, 986, | 014, 214, 414, 514, 714, 914, | |
| 271 | 036, 136, 336, 536, 636, 836, | 164, 364, 464, 664, 864, 964, | |
| 371 | 086, 186, 386, 586, 686, 886, | 114, 314, 414, 614, 814, 914, | |
| 471 | 136, 236, 436, 636. 736, 936, | 064, 264, 364, 564, 764, 864, | |
| 571 | 186, 286, 486, 686, 786, 986, | 014, 214, 314, 514, 714, 814, | |
| 671 | 036, 236, 336, 536, 736, 836, | 164, 264, 464, 664, 764, 964, | |
| 771 | 086, 286, 386, 586, 786, 886, | 114, 214, 414, 614, 714, 914, | |
| 871 | 136, 336, 436, 636, 836, 936, | 064, 164, 364, 564, 664, 864, | |
| 971 | 186, 386, 486, 686, 886, 986, | 014, 114, 314, 514, 614, 814, | |
| 081 og 581 | 191, 291, 491, 691, 791, 991, | 009, 209, 309, 509, 709, 809, | For 081, 281, 481, 681 og 881 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 041, 241, 441, 541, 741, 941, | 059, 259, 459, 559, 759, 959, | |
| 181...681 | 091, 291, 491, 591, 791, 991, | 009, 209, 409, 509, 709, 909, | |
| | 041, 241, 341, 541, 741, 841, | 159, 259, 459, 659, 759, 959, | |
| 281...781 | 091, 291, 391, 591, 791, 891, | 109, 209, 409, 609, 709, 909, | For 181, 381, 581, 781 og 981 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 041, 141, 341, 541, 641, 841, | 159, 359, 459, 659, 859, 959, | |
| 381...881 | 091, 191, 391, 591, 691, 891, | 109, 309, 409, 609, 809, 909, | |
| | 141, 341, 441, 641, 841, 941, | 059, 159, 359, 559, 659, 859, | |
| 481...981 | 191, 391, 491, 691, 891, 991, | 009, 109, 309, 509, 609, 809, | |
| | 141, 241, 441, 641, 741, 941. | 059, 259, 359, 559, 759, 859, | |
| 091 | 046, 146, 346, 546, 646, 846, | 154, 354, 454, 654, 854, 954, | b endes med 5. |
| 191 | 096, 196, 396, 596, 696, 896, | 104, 304, 404, 604, 804, 904, | |
| 291 | 146, 246, 446, 646, 746, 946, | 054, 254, 354, 554, 754, 854, | |
| 391 | 196, 296, 496, 696, 796, 996, | 004, 204, 304, 504, 704, 804, | |
| 491 | 046, 246, 346, 546, 746, 846, | 154, 254, 454, 654, 754, 954, | |
| 591 | 096, 296, 396, 596, 796, 896, | 104, 204, 404, 604, 704, 904, | |
| 691 | 146, 346, 446, 646, 846, 946, | 054, 154, 354, 554, 654, 854, | |
| 791 | 196, 396, 496, 696, 896, 996, | 004, 104, 304, 504, 604, 804, | |
| 891 | 046, 246, 446, 546, 746, 946, | 054, 254, 454, 554, 754, 954, | |
| 991 | 096, 296, 496, 596, 796, 996, | 004, 204, 404, 504, 704, 904, | |

# Tab. II.

| N's sidste Ciffre. | b's sidste Ciffre. for N = . . 3 × . . 7 | b's sidste Ciffre. for N = . . 7 × . . 3 | N = . . 3 × . . 7 / . . 7 × . . 3 |
|---|---|---|---|
| 051 og 551 | 293, 393, 493, 793, 893, 993, 043, 143, 243, 543, 643, 743, | 007, 107, 207, 507, 607, 707, 257, 357, 457, 757, 857, 957, | For 051, 251, 451, 651 og 851 endes a med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| 151...651 | 193, 293, 393, 693, 793, 893, 043, 143, 443, 543, 643, 943, | 107, 207, 307, 607, 707, 807, 057, 357, 457, 557, 857, 957, | |
| 251...751 | 093, 193, 293, 593, 693, 793, 043, 343, 443, 543, 843, 943, | 207, 307, 407, 707, 807, 907, 057, 157, 457, 557, 657, 957, | |
| 351...851 | 093, 193, 493, 593, 693, 993, 243, 343, 443, 743, 843, 943, | 007, 307, 407, 507, 807, 907, 057, 157, 257, 557, 657, 757, | For 151, 351, 551, 751 og 951 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| 451...951 | 093, 393, 493, 593, 893, 993, 143, 243, 343, 643, 743, 843, | 007, 107, 407, 507, 607, 907, 157, 257, 357, 657, 757, 857, | |
| 061 | 158, 258, 358, 658, 758, 858, | 142, 242, 342, 642, 742, 842, | a endes med 5. |
| 161 | 008, 308, 408, 508, 808, 908, | 092, 192, 492, 592, 692, 992, | |
| 261 | 058, 158, 458, 558, 658, 958, | 042, 342, 442, 542, 842, 942, | |
| 361 | 108, 208, 308, 608, 708, 808, | 192, 292, 392, 692, 792, 892, | |
| 461 | 258, 358, 458, 758, 858, 958, | 042, 142, 242, 542, 642, 742, | |
| 561 | 008, 108, 408, 508, 608, 908, | 092, 392, 492, 592, 892, 992, | |
| 661 | 058, 158, 258, 558, 658, 758, | 242, 342, 442, 742, 842, 942, | |
| 761 | 208, 308, 408, 708, 808, 908, | 092, 192, 292, 592, 692, 792, | |
| 861 | 058, 358, 458, 558, 858, 958, | 042, 142, 442, 542, 642, 942, | |
| 961 | 008, 108, 208, 508, 608, 708, | 392, 392, 492, 792, 892, 992, | |
| 071 og 571 | 073, 173, 273, 573, 673, 773, 023, 323, 423, 523, 823, 923, | 227, 327, 427, 727, 827, 927, 077, 177, 477, 577, 677, 977, | For 071, 271, 471, 671 og 871 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| 171...671 | 073, 173, 473, 573, 673, 973, 223, 323, 423, 723, 823, 923, | 027, 327, 427, 527, 827, 927, 077, 177, 277, 577, 677, 777, | |
| 271...771 | 073, 373, 473, 573, 873, 973, 123, 223, 323, 623, 723, 823, | 027, 127, 427, 527, 627, 927, 177, 277, 377, 677, 777, 877, | |
| 371...871 | 273, 373, 473, 773, 873, 973, 023, 123, 223, 523, 623, 723, | 027, 127, 227, 527, 627, 727, 277, 377, 477, 777, 877, 977, | For 171, 371, 571, 771 og 971 endes a med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| 471...971 | 173, 273, 373, 673, 773, 873, 023, 123, 423, 523, 623, 923, | 127, 227, 327, 627, 727, 827, 077, 377, 477, 577, 877, 977, | |
| 081 | 288, 388, 488, 788, 888, 988, | 012, 112, 212, 512, 612, 712, | a endes med 5. |
| 181 | 038, 138, 438, 538, 638, 938, | 062, 362, 462, 562, 862, 962, | |
| 281 | 088, 188, 288, 588, 688, 788, | 212, 312, 412, 712, 812, 912, | |
| 381 | 238, 338, 438, 738, 838, 938, | 062, 162, 262, 562, 662, 762, | |
| 481 | 088, 388, 488, 588, 888, 988, | 012, 112, 412, 512, 612, 912, | |
| 581 | 038, 138, 238, 538, 638, 738, | 262, 362, 462, 762, 862, 962, | |
| 681 | 188, 288, 388, 688, 788, 888, | 112, 212, 312, 612, 712, 812, | |
| 781 | 038, 338, 438, 538, 838, 938, | 062, 162, 462, 562, 662, 962, | |
| 881 | 088, 188, 488, 588, 688, 988, | 012, 312, 412, 512, 812, 912, | |
| 981 | 138, 238, 338, 638, 738, 838, | 162, 262, 362, 662, 762, 862, | |
| 091 og 591 | 053, 153, 253, 553, 653, 753, 003, 303, 403, 503, 803, 903, | 247, 347, 447, 747, 847, 947, 097, 197, 497, 597, 697, 997, | For 091, 291, 491, 691 og 891 endes a med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| 191...691 | 053, 153, 453, 553, 653, 953, 203, 303, 403, 703, 803, 903, | 047, 347, 447, 547, 847, 947, 097, 197, 297, 597, 697, 797, | |
| 291...791 | 053, 353, 453, 553, 853, 953, 103, 203, 303, 603, 703, 803, | 047 147, 447, 547, 647, 947, 197, 297, 397, 697, 797, 897, | |
| 391...891 | 253, 353, 453, 753, 853, 953, 003, 103, 203, 503, 603, 703, | 047, 147, 247, 547, 647, 747, 297, 397, 497, 797, 897, 997, | For 191, 391, 591, 791 og 991 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| 491...931 | 153, 253, 353, 653, 753, 853, 003, 103, 403, 503, 603, 903, | 147, 247, 347, 647, 747, 847, 097, 397, 497, 597, 897, 997, | |

# Tab. III.

| N's sidste Ciffre. | a's sidste Ciffre. for N = . . 3 × . . 3 | a's sidste Ciffre. for N = . . 7 × . . 7 | N = . . 2 × . . 3 / . . 7 × . . 7 |
|---|---|---|---|
| 009 og 509 | 003, 103, 403, 503, 603, 903, | 097, 397, 497, 597, 897, 997, | For 009, 209, 409, 609 og 809 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 153, 253, 353, 653, 753, 853, | 147, 247, 347, 647, 747, 847, | |
| 109...609 | 003, 103, 203, 503, 603, 703, | 297, 397, 497, 797, 897, 997, | |
| | 253, 353, 453, 753, 853, 953, | 047, 147, 247, 547, 647, 747, | |
| 209...709 | 103, 203, 303, 603, 703, 803, | 197, 297, 397, 697, 797, 897, | |
| | 053, 353, 453, 553, 853, 953, | 047, 147, 447, 547, 647, 947, | |
| 309...809 | 203, 303, 403, 703, 803, 903, | 097, 197, 297, 597, 697, 797, | For 109, 309, 509, 709 og 909 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 053, 153, 453, 553, 653, 953, | 047, 347, 447, 547, 847, 947, | |
| 409...909 | 003, 303, 403, 503, 803, 903, | 097, 197, 497, 597, 697, 997, | |
| | 053, 153, 253, 553, 653, 753, | 247, 347, 447, 747, 847, 947, | |
| 019 | 138, 238, 338, 638, 738, 838, | 162, 262, 362, 662, 762, 862, | b endes med 5. |
| 119 | 088, 188, 488, 588, 688, 988, | 012, 312, 412, 512, 812, 912, | |
| 219 | 038, 338, 438, 538, 838, 938, | 062, 162, 462, 562, 662, 962, | |
| 319 | 188, 288, 388, 688, 788, 888, | 112, 212, 312, 612, 712, 812, | |
| 419 | 038, 138, 238, 538, 638, 738, | 262, 362, 462, 762, 862, 962, | |
| 519 | 088, 388, 488, 588, 888, 988, | 012, 112, 412, 512, 612, 912, | |
| 619 | 238, 338, 438, 738, 838, 938, | 062, 162, 262, 562, 662, 762, | |
| 719 | 088, 188, 288, 588, 688, 788, | 212, 312, 412, 712, 812, 912, | |
| 819 | 038, 138, 438, 538, 638 938, | 062, 362, 462, 562, 862, 962, | |
| 919 | 288, 388, 488, 788, 888, 988, | 012, 112, 212, 512, 612, 712, | |
| 029 og 529 | 023, 123, 423, 523, 623, 923, | 077, 377, 477, 577, 877, 977, | For 029, 229, 429, 629 og 829 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 173, 273, 373, 673, 773, 873, | 127, 227, 327, 627, 727, 827, | |
| 129...629 | 023, 123, 223, 523, 623, 723, | 277, 377, 477, 777, 877, 977, | |
| | 273, 373, 473, 773, 873, 973, | 027, 127, 227, 527, 627, 727, | |
| 229...729 | 123, 223, 323, 623, 723, 823, | 177, 277, 377, 677, 777, 877, | |
| | 073, 373, 473, 573, 873, 973, | 027, 127, 427, 527, 627, 927, | |
| 329...829 | 223, 323, 423, 723, 823, 923, | 077, 177, 277, 577, 677, 777, | For 129, 326, 529, 729 og 929 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 073, 173, 473, 573, 673, 973, | 027, 327, 427, 527, 827, 927, | |
| 429...929 | 023, 323, 423, 523, 823, 923, | 077, 177, 477, 577, 677, 977, | |
| | 073, 173, 273, 573, 673, 773, | 227, 327, 427, 727, 827, 927, | |
| 039 | 008, 108, 208, 508, 608, 708, | 292, 392, 492, 792, 892, 992, | b endes med 5. |
| 139 | 058, 358, 458, 558, 858, 958, | 042, 142, 442, 542, 642, 942, | |
| 239 | 208, 308, 408, 708, 808, 908, | 092, 192, 292, 592, 692, 792, | |
| 339 | 058, 158, 258, 558, 658, 758, | 242, 342, 442, 742, 842, 942, | |
| 439 | 008, 108, 408, 508, 608, 908, | 092, 392, 492, 592, 892, 992, | |
| 539 | 258, 358, 458, 758, 858, 958, | 042, 142, 242, 542, 642, 742, | |
| 639 | 108, 208, 308, 608, 708, 808, | 192, 292, 392, 692, 792, 892, | |
| 739 | 058, 158, 458, 558, 658, 958, | 042, 342, 442, 542, 842, 942, | |
| 839 | 008, 308, 408, 508, 808, 908, | 092, 192, 492, 592, 692, 992, | |
| 939 | 158, 258, 358, 658, 758, 858, | 142, 242, 342, 642, 742, 842, | |
| 049 og 549 | 143, 243, 343, 643, 743, 843, | 157, 257, 357, 657, 757, 857, | For 049, 249, 449, 649 og 849 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 093, 393, 493, 593, 893, 993, | 007, 107, 407, 507, 607, 907, | |
| 149...649 | 243, 343, 443, 743, 843, 943, | 057, 157, 257, 557, 657, 757, | |
| | 093, 193, 493, 593, 693, 993, | 007, 307, 407, 507, 807, 907, | |
| 249...749 | 043, 343, 443, 543, 843, 943, | 057, 157, 457, 557, 657, 957, | |
| | 093, 193, 293, 593, 693, 793, | 207, 307, 407, 707, 807, 907, | |
| 349...849 | 043, 143, 443, 543, 643, 943, | 057, 357, 457, 557, 857, 957, | For 149, 349, 549, 749 og 949 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90, |
| | 193, 293, 393, 693, 793, 893, | 107, 207, 307, 607, 707, 807, | |
| 449...949 | 043, 143, 243, 543, 643, 743, | 257, 357, 457, 757, 857, 957, | |
| | 293, 393, 493, 793, 893, 993, | 007, 107, 207, 507, 607, 707, | |

# Tab. III.

| N's sidste Ciffre. | b's sidste Ciffre. for N = . . 1 × . . 9 | b's sidste Ciffre. for N = . . × 9 . . 1 | N = . . 1 × . . 9 / . . 9 × . . 1 |
|---|---|---|---|
| 009 | 096, 296, 496, 596, 796, 996, | 004, 204, 404, 504, 704, 904, | a endes med 4. |
| 109 | 046, 246, 446, 546, 746, 946, | 054, 254, 454, 554, 754, 954, | |
| 209 | 196, 396, 496, 696, 896, 996, | 004, 104, 304, 504, 604, 804, | |
| 309 | 146, 346, 446, 646, 846, 946, | 054, 154, 354, 554, 654, 854, | |
| 409 | 096, 296, 396, 596, 796, 896, | 104, 204, 404, 604, 704, 904, | |
| 509 | 046, 246, 346, 546, 746, 846, | 154, 254, 454, 654, 754, 954, | |
| 609 | 196, 296, 496, 696, 796, 996, | 004, 204, 304, 504, 704, 804, | |
| 709 | 146, 246, 446, 646, 746, 946, | 054, 254, 354, 554, 754, 854, | |
| 809 | 096, 196, 396, 596, 696, 896, | 104, 304, 404, 604, 804, 904, | |
| 909 | 046, 146, 346, 546, 646, 846, | 154, 354, 454, 654, 854, 954, | |
| 019 og 519 | 141, 241, 441, 641, 741, 941, | 059, 259, 359, 559, 759, 859, | For 019, 219, 419, 619 og 819 endes a med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 191, 391, 491, 691, 891, 991, | 009, 109, 309, 509, 609, 809, | |
| 119...619 | 141, 341, 441, 641, 841, 941, | 059, 159, 359, 559, 659, 859, | |
| | 091, 191, 391, 591, 691, 891, | 109, 309, 409, 609, 809, 909, | |
| 219...719 | 041, 141, 341, 541, 641, 841, | 159, 359, 459, 659, 859, 959, | |
| | 091, 291, 391, 591, 791, 891, | 109, 209, 409, 609, 709, 909, | |
| 319...819 | 041, 241, 341, 541, 741, 841, | 159, 259, 459, 659, 759, 959, | For 119, 319, 519, 719 og 919 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 091, 291, 491, 591, 791, 991, | 009, 209, 409, 509, 709, 909, | |
| 419...919 | 041, 241, 441, 541, 741, 941, | 059, 259, 459, 559, 759, 959, | |
| | 191, 291, 491, 691, 791, 991, | 009, 209, 309, 509, 709, 809, | |
| 029 | 186, 386, 486, 686, 886, 986, | 014, 114, 314, 514, 614, 814, | a endes med 5. |
| 129 | 136, 336, 436, 636, 836, 936, | 064, 164, 364, 564, 664, 864, | |
| 229 | 086, 286, 386, 586, 786, 886, | 114, 214, 414, 614, 714, 914, | |
| 329 | 036, 236, 336, 536, 736, 836, | 164, 264, 464, 664, 764, 964, | |
| 429 | 186, 286, 486, 686, 786, 986, | 014, 214, 314, 514, 714, 814, | |
| 529 | 136, 236, 436, 636, 736, 936, | 064, 264, 364, 564, 764, 864, | |
| 629 | 086, 186, 386, 586, 686, 886, | 114, 314, 414, 614, 814, 914, | |
| 729 | 036, 136, 336, 536, 636, 836, | 164, 364, 464, 664, 864, 964, | |
| 829 | 086, 286, 486, 586, 786, 986, | 014, 214, 414, 514, 714, 914, | |
| 929 | 036, 236, 436, 536, 736, 936, | 064, 264, 464, 564, 764, 964, | |
| 039 og 539 | 031, 231, 331, 531, 731, 831, | 169, 269, 469, 669, 769, 969, | For 039, 239, 439, 639 og 839 endes a med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 081, 281, 481, 581, 781, 981, | 019, 219, 419, 519, 719, 919, | |
| 139...639 | 031, 231, 431, 531, 731, 931, | 069, 269, 469, 569, 769, 969, | |
| | 181, 281, 481, 681, 781, 981, | 019, 219, 319, 519, 719, 819, | |
| 239...739 | 131, 231, 431, 631, 731, 931, | 069, 269, 369, 569, 769, 869, | |
| | 181, 381, 481, 681, 881, 981, | 019, 119, 319, 519, 619, 819, | |
| 339...839 | 131, 331, 431, 631, 831, 931, | 069, 169, 369, 569, 669, 869, | For 139, 339, 539, 739 og 939 endes a med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 081, 181, 381, 581, 681, 881, | 119, 319, 419, 619, 819, 919, | |
| 439...939 | 031, 131, 331, 531, 631, 831, | 169, 369, 469, 669, 869, 969, | |
| | 081, 281, 381, 581, 781, 881, | 119, 219, 419, 619, 719, 919, | |
| 049 | 176, 276, 476, 676, 776, 976, | 024, 224, 324, 524, 724, 824, | a endes med 5. |
| 149 | 126, 226, 426, 626, 726, 926, | 074, 274, 374, 574, 774, 874, | |
| 249 | 076, 176, 376, 576, 676, 876, | 124, 324, 424, 624, 824, 924, | |
| 349 | 026, 126, 326, 526, 626, 826, | 174, 374, 474, 674, 874, 974, | |
| 449 | 076, 276, 476, 576, 776, 976, | 024, 224, 424, 524, 724, 924, | |
| 549 | 026, 226, 426, 526, 726, 926, | 074, 274, 474, 574, 774, 974, | |
| 649 | 176, 376, 476, 676, 876, 976, | 024, 124, 324, 524, 624, 824, | |
| 749 | 126, 326, 426, 626, 826, 926, | 074, 174, 374, 574, 674, 874, | |
| 849 | 076, 276, 376, 576, 776, 876, | 124, 224, 424, 624, 724, 924, | |
| 949 | 026, 226, 326, 526, 726, 826, | 174, 274, 474, 674, 774, 974, | |

# Tab. III.

| N's sidste Ciffre. | a's sidste Ciffre. for N = . . 3 × . . 3 | a's sidste Ciffre. for N = . . 7 × . . 7 | N = . . 3 × . . 3<br>. . 7 × . . 7 |
|---|---|---|---|
| 059 | 078, 178, 278, 578, 678, 778, | 222, 322, 422, 722, 822, 922, | b endes med 5. |
| 159 | 028, 128, 428, 528, 628, 928, | 072, 372, 472, 572, 872, 972, | |
| 259 | 278, 378, 478, 778, 878, 978, | 022, 122, 222, 522, 622, 722, | |
| 359 | 128, 228, 328, 628, 728, 828, | 172, 272, 372, 672, 772, 872, | |
| 459 | 078, 178, 478, 578, 678, 978, | 022, 322, 422, 522, 822, 922, | |
| 559 | 028, 328, 428, 528, 828, 928, | 072, 172, 472, 572, 672, 972, | |
| 659 | 178, 278, 378, 678, 778, 878, | 122, 222, 322, 622, 722, 822, | |
| 759 | 028, 128, 228, 528, 628, 728, | 272, 372, 472, 772, 872, 972, | |
| 859 | 078, 378, 478, 578, 878, 978, | 022, 122, 422, 522, 622, 922, | |
| 959 | 228, 328, 428, 728, 828, 928, | 072, 172, 272, 572, 672, 772, | |
| 069 og 569 | 013, 313, 413, 513, 813, 913, | 087, 187, 487, 587, 687, 987, | For 069, 269, 469, 669 og 869 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 063, 163, 263, 563, 663, 763, | 237, 337, 437, 737, 837, 937, | |
| 169 . . . 669 | 013, 113, 413, 513, 613, 913, | 087, 387, 487, 587, 887, 987, | |
| | 163, 263, 363, 663, 763, 863, | 137, 237, 337, 637, 737, 837, | |
| 269 . . . 769 | 013, 113, 213, 513, 613, 713, | 287, 387, 487, 787, 887, 987, | |
| | 263, 363, 463, 763, 863, 963, | 037, 137, 237, 537, 637, 737, | |
| 369 . . . 869 | 113, 213, 313, 613, 713, 813, | 187, 287, 387, 687, 787, 887, | For 169, 369, 569, 769 og 969 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 063, 363, 463, 563, 863, 963, | 037, 137, 437, 537, 637, 937, | |
| 469 . . . 969 | 213, 313, 413, 713, 813, 913, | 087, 187, 287, 587, 687, 787, | |
| | 063, 163, 463, 563, 663, 963, | 037, 337, 437, 537, 837, 937, | |
| 079 | 048, 348, 448, 548, 848, 948, | 052, 152, 452, 552, 652, 952, | b endes med 5. |
| 179 | 198, 298, 398, 698, 798, 898, | 102, 202, 302, 602, 702, 802, | |
| 279 | 048, 148, 248, 548, 648, 748, | 252, 352, 452, 752, 852, 952, | |
| 379 | 098, 398, 498, 598, 898, 998, | 002, 102, 402, 502, 602, 902, | |
| 479 | 248, 348, 448, 748, 848, 948, | 052, 152, 252, 552, 652, 752, | |
| 579 | 098, 198, 298, 598, 698, 798, | 202, 302, 402, 702, 802, 902, | |
| 679 | 048, 148, 448, 548, 648, 948, | 052, 352, 452, 552, 852, 952, | |
| 779 | 298, 398, 498, 798, 898, 998, | 002, 102, 202, 502, 602, 702, | |
| 879 | 148, 248, 348, 648, 748, 848, | 152, 252, 352, 652, 752, 852, | |
| 979 | 098, 198, 498, 598, 698, 998, | 002, 302, 402, 502, 802, 902, | |
| 089 og 589 | 033, 133, 433, 533, 633, 933, | 067, 367, 467, 567, 867, 967, | For 089, 289, 489, 689 og 889 endes b med 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 183, 283, 383, 683, 783, 883, | 117, 217, 317, 617, 717, 817, | |
| 189 . . . 689 | 033, 133, 233, 533, 633, 733, | 267, 367, 467, 767, 867, 967, | |
| | 283, 383, 483, 783, 883, 983, | 017, 117, 217, 517, 617, 717, | |
| 289 . . . 789 | 133, 233, 333, 633, 733, 833, | 167, 267, 367, 667, 767, 867, | |
| | 083, 383, 483, 583, 883, 983, | 017, 117, 417, 517, 617, 917, | |
| 389 . . . 889 | 233, 333, 433, 733, 833, 933, | 067, 167, 267, 567, 667, 767, | For 189, 389, 589, 789 og 989 endes b med 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 083, 183, 483, 583, 683, 983, | 017, 317, 417, 517, 817, 917, | |
| 489 . . . 989 | 033, 333, 433, 533, 833, 933, | 067, 167, 467, 567, 667, 967, | |
| | 083, 183, 283, 583, 683, 783, | 217, 317, 417, 717, 817, 917, | |
| 099 | 018, 318, 418, 518, 818, 918, | 082, 182, 482, 582, 682, 982, | b endes med 5. |
| 199 | 168, 268, 368, 668, 768, 868, | 132, 232, 332, 632, 732, 832, | |
| 299 | 018, 118, 218, 518, 618, 718, | 282, 382, 482, 782, 882, 982, | |
| 399 | 068, 368, 468, 568, 868, 968, | 032, 132, 432, 532, 632, 932, | |
| 499 | 218, 318, 418, 718, 818, 918, | 082, 182, 282, 582, 682, 782, | |
| 599 | 068, 168, 268, 568, 668, 768, | 232, 332, 432, 732, 832, 932, | |
| 699 | 018, 118, 418, 518, 618, 918, | 082, 382, 482, 582, 882, 982, | |
| 799 | 268, 368, 468, 768, 868, 968, | 032, 132, 232, 532, 632, 732, | |
| 899 | 118, 218, 318, 618, 718, 818, | 182, 282, 382, 682, 782, 882, | |
| 999 | 068, 168, 468, 568, 668, 968, | 032, 332, 432, 532, 832, 932, | |

# Tab. III.

| N's sidste Ciffre. | b's sidste Ciffre. for N = . . 1 × . . 9 | b's sidste Ciffre. for N = . . 9 × . . 1 | N = . . 1 × . . 9 / . . 9 × . . 1 |
|---|---|---|---|
| 059 og 559 | 021, 221, 321, 521, 721, 821, | 179, 279, 479, 679, 779, 979, | |
| | 071, 271, 471, 571, 771, 971, | 029, 229, 429, 529, 729, 929, | For 059, 259, 459, 659 |
| 159...659 | 021, 221, 421, 521, 721, 921, | 079, 279, 479, 579, 779, 979, | og 859 endes a med |
| | 171, 271, 471, 671, 771, 971, | 029, 229, 329, 529, 729, 829, | 10, 30, 50, 70 og 90. |
| 259...759 | 121, 221, 421, 621, 721, 921, | 079, 279, 379, 579, 779, 879, | |
| | 171, 371, 471, 671, 871, 971, | 029, 129, 329, 529, 629, 829, | |
| 359...859 | 121, 321, 421, 621, 821, 921, | 079, 179, 379, 579, 679, 879, | For 159, 359, 559, 759 |
| | 071, 171, 371, 571, 671, 871, | 129, 329, 429, 629, 829, 929, | og 959 endes a med |
| 459...959 | 021, 121, 321, 521, 621, 821, | 179, 379, 479, 679, 879, 979, | 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 071, 271, 371, 571, 771, 871, | 129, 229, 429, 629, 729, 929, | |
| 069 | 166, 366, 466, 666, 866, 966, | 034, 134, 334, 534, 634, 834, | |
| 169 | 116, 316, 416, 616, 816, 916, | 084, 184, 384, 584, 684, 884, | |
| 269 | 066, 266, 366, 566, 766, 866, | 134, 234, 434, 634, 734, 934, | |
| 369 | 016, 216, 316, 516, 716, 816, | 184, 284, 484, 684, 784, 984, | |
| 469 | 166, 266, 466, 666, 766, 966, | 034, 234, 334, 534, 734, 844, | |
| 569 | 116, 216, 416, 616, 716, 916, | 084, 284, 384, 584, 784, 884, | a endes med 5. |
| 669 | 066, 166, 366, 566, 666, 866, | 134, 334, 434, 634, 834, 934, | |
| 769 | 016, 116, 316, 516, 616, 816, | 184, 384, 484, 684, 884, 984, | |
| 869 | 066, 266, 466, 566, 766, 966, | 034, 234, 434, 534, 734, 934, | |
| 969 | 016, 216, 416, 516, 716, 916, | 084, 284, 484, 584, 784, 984, | |
| 079 og 579 | 111, 211, 411, 611, 711, 911, | 089, 289, 389, 589, 789, 889, | |
| | 161, 361, 461, 661, 861, 961, | 039, 139, 339, 539, 639, 839, | For 079, 279, 479, 679 |
| 179...679 | 111, 311, 411, 611, 811, 911, | 089, 189, 389, 589, 689, 889, | og 879 endes a med |
| | 061, 161, 361, 561, 661, 861, | 139, 339, 439, 639, 839, 939, | 00, 20, 40, 60 og 80. |
| 279...779 | 011, 111, 311, 511, 611, 811, | 189, 389, 489, 689, 889, 989, | |
| | 061, 261, 361, 561, 761, 861, | 139, 239, 439, 639, 739, 939, | |
| 379...879 | 011, 211, 311, 511, 711, 811, | 189, 289, 489, 689, 789, 989, | For 179, 379, 579, 779 |
| | 061, 261, 461, 561, 761, 961, | 039, 239, 439, 539, 739, 939, | og 979 endes a med |
| 479...979 | 011, 211, 411, 511, 711, 911, | 089, 289, 489, 589, 789, 989, | 10, 30, 50, 70 og 90. |
| | 161, 261, 461, 661, 761, 961, | 039, 239, 339, 539, 739, 839, | |
| 089 | 056, 256, 456, 556, 756, 956, | 044, 244, 444, 544, 744, 944, | |
| 189 | 006, 206, 406, 506, 706, 906, | 094, 294, 494, 594, 794, 994, | |
| 289 | 156, 356, 456, 656, 856, 956, | 044, 144, 344, 544, 644, 844, | |
| 389 | 106, 306, 406, 606, 806, 906, | 094, 194, 394, 594, 694, 894, | |
| 489 | 056, 256, 356, 556, 756, 856, | 144, 244, 444, 644, 744, 944, | |
| 589 | 006, 206, 306, 506, 706, 806, | 194, 294, 494, 694, 794, 994, | a endes med 5. |
| 689 | 156, 256, 456, 656, 756, 956, | 044, 244, 344, 544, 744, 844, | |
| 789 | 106, 206, 406, 606, 706, 906, | 094, 294, 394, 594, 794, 894, | |
| 889 | 056, 156, 356, 556, 656, 856, | 144, 344, 444, 644, 844, 944, | |
| 989 | 006, 106, 306, 506, 506, 806, | 194, 394, 494, 694, 894, 994, | |
| 099 og 599 | 001, 201, 401, 501, 701, 901, | 099, 299, 499, 599, 799, 999, | |
| | 151, 251, 451, 651, 751, 951, | 049, 249, 349, 549, 749, 849, | For 099, 299, 499, 699 |
| 199...699 | 101, 201, 401, 601, 701, 901, | 099, 299, 399, 599, 799, 899, | og 899 endes a med |
| | 151, 351, 451, 651, 851, 951, | 049, 149, 349, 549, 649, 849, | 10, 30, 50, 70 og 90. |
| 299...799 | 101, 301, 401, 601, 801, 901, | 099, 199, 399, 599, 699, 899, | |
| | 051, 151, 351, 551, 651, 851, | 149, 349, 449, 649, 849, 949, | |
| 399...899 | 001, 101, 301, 501, 601, 801, | 199, 399, 499, 699, 899, 999, | For 199, 399, 599, 799 |
| | 051, 251, 351, 551, 751, 851, | 149, 249, 449, 649, 749, 949, | og 999 endes a med |
| 499...999 | 001, 201, 301, 501, 701, 801, | 199, 299, 499, 699, 799, 999, | 00, 20, 40, 60 og 80. |
| | 051, 251, 451, 551, 751, 951, | 049, 249, 449, 549, 749, 949, | |

# Tab. IV.

1. Ere N's sidste Ciffre: 003, 203, 403, 603, 803; —; 123, 323, 523, 723, 923; —; 043, 243, 443, 643, 843; —; 163, 363, 563, 763, 963; —; 083, 283, 483, 683, 883; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \end{matrix}$, da endes a med 02, 22, 42, 62, 82; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \end{matrix}$, endes b med 9.

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 18, 38, 58, 78, 98; .... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 1.

---

2. Ere N's sidste Ciffre: 103, 303, 503, 703, 903; —; 023, 223, 423, 623, 823; —; 143, 343, 543, 743, 943; —; 063, 263, 463, 663, 863; —; 183, 383, 583, 783, 983; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \end{matrix}$, da endes a med 12, 32, 52, 72, 92; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \end{matrix}$, endes b med 9.

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 08, 28, 48, 68, 88; .... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 1.

---

3. Ere N's sidste Ciffre: 013, 213, 413, 613, 813; —; 133, 333, 533, 733, 933; —; 053, 253, 453, 653, 853; —; 173, 373, 573, 773, 973; —; 093, 293, 493, 693, 893; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \end{matrix}$, da endes a med 7; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \end{matrix}$, endes b med 14, 34, 54, 74, 94;

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 3; ..... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 06, 26, 46, 66, 86;

---

3. Ere N's sidste Ciffre: 113, 313, 513, 713, 913; —; 033, 233, 433, 633, 833; —; 153, 353, 553, 753, 953; —; 073, 273, 473, 673, 873; —; 193, 393, 593, 793, 993; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \end{matrix}$, da endes a med 7; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 3 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \end{matrix}$, endes b med 04, 24, 44, 64, 84;

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 3; ..... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 7 \end{matrix}$ ..... 16, 36, 56, 76, 96;

# Tab. V.

1. Ere N's sidste Ciffre: 007, 207, 407, 607, 807; —; 127, 327, 527, 727, 927; —; 047, 247, 447, 647, 847; —; 167, 367, 567, 767, 967; —; 087, 287, 487, 687, 887; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1' \end{matrix}$ da endes a med 04, 24, 44, 64, 84; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9' \end{matrix}$ endes b med 7.

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 16, 36, 56, 76, 86; .... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 3.

---

2. Ere N's sidste Ciffre: 107, 307, 507, 707, 907; —; 027, 227, 427, 627, 827; —; 147, 347, 547, 747, 947; —; 067, 267, 467, 667, 867; —; 187, 387, 587, 787, 987; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1' \end{matrix}$ da endes a med 14, 34, 54, 74, 94; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9' \end{matrix}$ endes b med 7.

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 06, 26, 46, 66, 86; ..... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 3.

---

3. Ere N's sidste Ciffre: 017, 217, 417, 617, 817; —; 137, 337, 537, 737, 937; —; 057, 257, 457, 657, 857; —; 177, 377, 577, 777, 977; —; 097, 297, 497, 697, 897; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1' \end{matrix}$ da endes a med 9; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9' \end{matrix}$ endes b med 12, 32, 52, 72, 92;

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 1; .... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 08, 28, 48, 68, 88;

---

4. Ere N's sidste Ciffre: 117, 317, 517, 717, 917; —; 037, 237, 437, 637, 837; —; 157, 357, 557, 757, 957; —; 077, 277, 477, 677, 877; —; 197, 397, 597, 797, 997; —;

og $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1' \end{matrix}$ da endes a med 9; og for $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 1 \times \cdot\cdot 7 \\ \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9' \end{matrix}$ endes b med 02, 22, 42, 62, 82;

$\cdot\cdot N = \begin{matrix} \cdot\cdot 3 \times \cdot\cdot 9 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 1; ..... $N = \begin{matrix} \cdot\cdot 7 \times \cdot\cdot 1 \\ \cdot\cdot 9 \times \cdot\cdot 3' \end{matrix}$ ..... 18, 38, 58, 78, 98;

# Tab. VI.

| m | r, ϱ | n, p | p, n | m | r, ϱ | n, p | p, n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 1; 6 | 1; 6 | 0 | 17 | 1; 16 | 1; 16 | 0 |
| | | 3; 4 | 1; 6 | | | 3; 14 | 5; 12 |
| | 2; 5 | 2; 5 | 3; 4 | | | 4; 13 | 7; 10 |
| | | 3; 4 | 0 | | | 6; 11 | 1; 16 |
| | 3; 4 | 0 | 2; 5 | | 2; 15 | 0 | 7; 10 |
| | | 2; 5 | 1; 6 | | | 1; 16 | 4; 13 |
| | | | | | | 2; 15 | 6; 11 |
| 9 | 1; 8 | 1; 8 | 0; 3; 6 | | | 6; 11 | 0 |
| | 2; 7 | 0; 3; 6 | 4; 5 | | | 7; 10 | 8; 9 |
| | 4; 5 | 2; 7 | 0; 3; 6 | | 3; 14 | 1; 16 | 7; 10 |
| | | | | | | 2; 15 | 1; 16 |
| 11 | 1; 10 | 1; 10 | 0 | | | 4; 13 | 8; 9 |
| | | 2; 9 | 5; 6 | | | 6; 11 | 4; 13 |
| | | 4; 7 | 2; 9 | | 4; 13 | 0 | 8; 9 |
| | 2; 9 | 0 | 3; 8 | | | 2; 15 | 0 |
| | | 4; 7 | 5; 6 | | | 5; 12 | 2; 15 |
| | | 5; 6 | 1; 10 | | | 6; 11 | 7; 10 |
| | 3; 8 | 1; 10 | 3; 8 | | | 8; 9 | 3; 14 |
| | | 2; 9 | 1; 10 | | 5; 12 | 1; 16 | 8; 9 |
| | | 5; 6 | 0 | | | 2; 15 | 4; 13 |
| | 4; 7 | 2; 9 | 0 | | | 3; 14 | 2; 15 |
| | | 3; 8 | 4; 7 | | | 8; 9 | 5; 12 |
| | | 4; 7 | 1; 10 | | 6; 11 | 2; 15 | 7; 10 |
| | 5; 6 | 3; 8 | 2; 9 | | | 5; 12 | 6; 11 |
| | | 4; 7 | 0 | | | 6; 11 | 8; 9 |
| | | 5; 6 | 3; 8 | | | 7; 10 | 3; 14 |
| | | | | | 7; 10 | 3; 14 | 6; 11 |
| 13 | 1; 12 | 0 | 5; 8 | | | 4; 13 | 3; 14 |
| | | 1; 12 | 0 | | | 5; 12 | 1; 16 |
| | | 2; 11 | 4; 9 | | | 7; 10 | 5; 12 |
| | | 6; 7 | 3; 10 | | 8; 9 | 0 | 3; 14 |
| | 2; 11 | 1; 12 | 5; 8 | | | 2; 15 | 8; 9 |
| | | 4; 9 | 1; 12 | | | 3; 14 | 1; 16 |
| | | 5; 8 | 6; 7 | | | 4; 13 | 5; 12 |
| | 3; 10 | 0 | 6; 7 | | | 5; 12 | 0 |
| | | 2; 11 | 1; 12 | | | | |
| | | 4; 9 | 0 | 19 | 1; 18 | 1; 18 | 0 |
| | | 5; 8 | 3; 10 | | | 5; 14 | 9; 10 |
| | 4; 9 | 0 | 3; 10 | | | 6; 13 | 4; 15 |
| | | 1; 12 | 6; 7 | | | 8; 11 | 5; 14 |
| | | 2; 11 | 0 | | | 9; 10 | 2; 17 |
| | | 4; 9 | 5; 8 | | 2; 17 | 0 | 6; 13 |
| | 5; 8 | 1; 12 | 3; 10 | | | 3; 16 | 8; 11 |
| | | 2; 11 | 5; 8 | | | 5; 14 | 2; 17 |
| | | 3; 10 | 2; 11 | | | 7; 12 | 3; 16 |
| | 6; 7 | 3; 10 | 4; 9 | | | 8; 11 | 9; 10 |
| | | 4; 9 | 6; 7 | | 3; 16 | 0 | 4; 15 |
| | | 6; 7 | 2; 11 | | | 1; 18 | 6; 13 |
| | | | | | | 2; 17 | 1; 18 |
| 17 | 1; 16 | 0 | 4; 13 | | | 3; 16 | 5; 14 |

# Tab. VI.

| m | r, ϱ | n, p | p, n | m | r, ϱ | n, p | p, n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | 10; 21 | 11; 20 | 7; 24 | 31 | 13; 18 | 7; 24 | 6; 25 |
| | | 12; 19 | 14; 17 | | | 8; 23 | 12; 19 |
| | | 13; 18 | 2; 29 | | | 10; 21 | 5; 26 |
| | | 14; 17 | 0 | | | 12; 19 | 10; 21 |
| | 11; 20 | 0 | 12; 19 | | | 13; 18 | 1; 30 |
| | | 4; 27 | 6; 25 | | | 14; 17 | 11; 20 |
| | | 5; 26 | 13; 18 | | 14; 17 | 1; 30 | 7; 24 |
| | | 6; 25 | 5; 26 | | | 4; 27 | 8; 23 |
| | | 7; 24 | 10; 21 | | | 7; 24 | 2; 29 |
| | | 9; 22 | 15; 16 | | | 8; 23 | 9; 22 |
| | | 12; 19 | 3; 28 | | | 9; 22 | 6; 25 |
| | | 15; 16 | 11; 20 | | | 11; 20 | 13; 18 |
| | 12; 19 | 0 | 9; 22 | | | 13; 18 | 0 |
| | | 1; 30 | 12; 19 | | | 15; 16 | 5; 26 |
| | | 3; 28 | 11; 20 | | 15; 16 | 0 | 4; 27 |
| | | 4; 27 | 2; 29 | | | 2; 29 | 12; 19 |
| | | 9; 22 | 10; 21 | | | 3; 28 | 5; 26 |
| | | 11; 20 | 4; 27 | | | 4; 27 | 1; 30 |
| | | 12; 19 | 15; 16 | | | 5; 26 | 14; 17 |
| | | 13; 18 | 8; 23 | | | 8; 23 | 7; 24 |
| | 13; 18 | 0 | 7; 24 | | | 9; 22 | 2; 29 |
| | | 1; 30 | 9; 22 | | | 12; 19 | 6; 25 |

# Tab. VI.

| m | r, ϱ | n, p | p, n | m | r, ϱ | n, p | p, n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 29 | 12; 17 | 4; 25 | 2; 27 | 31 | 4; 27 | 3; 28 | 6; 25 |
| | | 5; 24 | 10; 19 | | | 6; 25 | 1; 30 |
| | | 6; 23 | 13; 16 | | | 7; 24 | 13; 18 |
| | | 8; 21 | 9; 20 | | | 12; 19 | 4; 27 |
| | | 10; 19 | 1; 28 | | | 13; 18 | 14; 17 |
| | | 11; 18 | 14; 15 | | | 15; 16 | 2; 29 |
| | | 12; 17 | 4; 25 | | 5; 26 | 3; 28 | 2; 29 |
| | 13; 16 | 0 | 4; 25 | | | 5; 26 | 12; 19 |
| | | 2; 27 | 7; 22 | | | 6; 25 | 0 |
| | | 3; 26 | 5; 24 | | | 8; 23 | 11; 20 |
| | | 6; 23 | 9; 20 | | | 9; 22 | 13; 18 |
| | | 7; 22 | 6; 23 | | | 10; 21 | 8; 23 |
| | | 8; 21 | 14; 15 | | | 13; 18 | 3; 28 |
| | | 10; 19 | 0 | | | 14; 17 | 6; 25 |
| | | 14; 15 | 3; 26 | | 6; 25 | 0 | 5; 26 |
| | 14; 15 | 1; 28 | 4; 25 | | | 4; 27 | 14; 17 |
| | | 3; 26 | 13; 16 | | | 5; 26 | 9; 22 |
| | | 6; 23 | 14; 15 | | | 10; 21 | 1; 30 |
| | | 7; 22 | 8; 21 | | | 12; 19 | 13; 18 |
| | | 9; 20 | 3; 26 | | | 13; 18 | 15; 16 |
| | | 10; 19 | 12; 17 | | | 14; 17 | 2; 29 |
| | | 11; 18 | 7; 22 | | | 15; 16 | 8[illegible] |
| | | | | | 7; 24 | 1; 30 | [illegible] |
| | | | | | | 2; 29 | 11; 20 |
| 31 | 1; 30 | 1; 30 | 0 | | | 3; 28 | 8; 23 |
| | | 3; 28 | 15; 16 | | | 4; 27 | 3; 28 |
| | | 6; 25 | 2; 29 | | | 5; 26 | 7; 24 |
| | | 8; 23 | 1; 30 | | | 10; 21 | 0 |
| | | 9; 22 | 7; 24 | | | 13; 18 | 10; 21 |
| | | 12; 19 | 9; 22 | | | 15; 16 | 1; 30 |
| | | 14; 17 | 3; 28 | | 8; 23 | 3; 28 | 1; 30 |
| | | 15; 16 | 10; 21 | | | 4; 27 | 15; 16 |
| | 2; 29 | 2; 29 | 8; 23 | | | 6; 25 | 11; 20 |
| | | 3; 28 | 10; 21 | | | 7; 24 | 14; 17 |
| | | 4; 27 | 13; 18 | | | 8; 23 | 5; 26 |
| | | 7; 24 | 4; 27 | | | 11; 20 | 12; 19 |
| | | 8; 23 | 0 | | | 14; 17 | 8; 23 |
| | | 10; 21 | 6; 25 | | | 15; 16 | 0 |
| | | 12; 19 | 7; 24 | | 9; 22 | 3; 28 | 0 |
| | | 14; 17 | 15; 16 | | | 4; 27 | 10; 21 |
| | 3; 28 | 0 | 11; 20 | | | 5; 26 | 4; 27 |
| | | 2; 29 | 1; 30 | | | 7; 24 | 3; 28 |
| | | 6; 25 | 8; 23 | | | 9; 22 | 14; 17 |
| | | 9; 22 | 4; 27 | | | 11; 20 | 9; 22 |
| | | 10; 21 | 2; 29 | | | 13; 18 | 6; 25 |
| | | 11; 20 | 5; 26 | | | 14; 17 | 1; 30 |
| | | 14; 17 | 10; 21 | | 10; 21 | 2; 29 | 5; 26 |
| | | 15; 16 | 6; 25 | | | 7; 24 | 15; 16 |
| | 4; 27 | 1; 30 | 11; 20 | | | 9; 22 | 3; 28 |
| | | 2; 29 | 0 | | | 10; 21 | 11; 20 |

# Tab. VI.

| m | r, ϱ | n, p | p, n | m | r, ϱ | n, p | p, n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27 | 2; 25 | 0; 9; 18 | 5; 22 | 29 | 5; 24 | 3; 26 | 2; 27 |
| | | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | 13; 14 | | | 5; 24 | 7; 22 |
| | 4; 23 | 2; 25 | 0; 9; 18 | | | 8; 21 | 1; 28 |
| | | 11; 16 | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | | | 11; 18 | 0 |
| | 5; 22 | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | 2; 25 | | | 12; 17 | 9; 20 |
| | | 0; 9; 18 | 7; 20 | | 6; 23 | 0 | 9; 20 |
| | 7; 20 | 13; 14 | 0; 9; 18 | | | 1; 28 | 13; 16 |
| | | 4; 23 | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | | | 6; 23 | 1; 28 |
| | 8; 19 | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | 1; 26 | | | 8; 21 | 0 |
| | | 0; 9; 18 | 10; 17 | | | 10; 19 | 6; 23 |
| | 10; 17 | 8; 19 | 0; 9; 18 | | | 11; 18 | 12; 17 |
| | | 10; 17 | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | | | 12; 17 | 14; 15 |
| | 11; 16 | 0; 9; 18 | 4; 23 | | | 14; 15 | 4; 25 |
| | | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | 5; 22 | | 7; 22 | 0 | 14; 15 |
| | 13; 14 | 11; 16 | 0; 9; 18 | | | 1; 28 | 1; 28 |
| | | 7; 20 | 3; 6; 12; 15; 21; 24 | | | 4; 25 | 3; 26 |
| | | | | | | 6; 23 | 0 |
| 29 | 1; 28 | 0 | 12; 17 | | | 7; 22 | 10; 19 |
| | | 1; 28 | 0 | | | 8; 21 | 12; 17 |
| | | 5; 24 | 13; 16 | | | 9; 20 | 4; 25 |
| | | 6; 23 | 8; 21 | | | 10; 19 | 8; 21 |
| | | 8; 21 | 11; 18 | | 8; 21 | 1; 28 | 14; 15 |
| | | 9; 20 | 14; 15 | | | 2; 27 | 5; 24 |
| | | 11; 18 | 2; 27 | | | 3; 26 | 1; 28 |
| | | 13; 16 | 9; 20 | | | 6; 23 | 12; 17 |
| | 2; 27 | 1; 28 | 12; 17 | | | 10; 19 | 11; 18 |
| | | 3; 26 | 6; 23 | | | 12; 17 | 7; 22 |
| | | 5; 24 | 9; 20 | | | 13; 16 | 4; 25 |
| | | 6; 23 | 11; 18 | | 9; 20 | 0 | 7; 22 |
| | | 8; 21 | 2; 27 | | | 2; 27 | 13; 16 |
| | | 13; 16 | 14; 15 | | | 3; 26 | 0 |
| | | 14; 15 | 7; 22 | | | 4; 25 | 6; 23 |
| | 3; 26 | 2; 27 | 1; 28 | | | 5; 24 | 4; 25 |
| | | 3; 26 | 8; 21 | | | 10; 19 | 2; 27 |
| | | 4; 25 | 10; 19 | | | 11; 18 | 5; 24 |
| | | 5; 24 | 14; 15 | | | 14; 15 | 10; 19 |
| | | 6; 23 | 2; 27 | | 10; 19 | 1; 28 | 7; 22 |
| | | 9; 20 | 7; 22 | | | 2; 27 | 9; 20 |
| | | 12; 17 | 5; 24 | | | 3; 26 | 12; 17 |
| | 4; 25 | 0 | 5; 24 | | | 4; 25 | 8; 21 |
| | | 2; 27 | 0 | | | 8; 21 | 5; 24 |
| | | 3; 26 | 11; 18 | | | 9; 20 | 10; 19 |
| | | 7; 22 | 4; 25 | | | 11; 18 | 13; 16 |
| | | 10; 19 | 3; 26 | | 11; 18 | 2; 27 | 14; 15 |
| | | 11; 18 | 1; 28 | | | 4; 25 | 11; 18 |
| | | 12; 17 | 13; 16 | | | 6; 23 | 5; 24 |
| | | 13; 16 | 7; 22 | | | 7; 22 | 3; 26 |
| | 5; 24 | 0 | 13; 16 | | | 8; 21 | 13; 16 |
| | | 1; 28 | 5; 24 | | | 11; 18 | 9; 20 |
| | | 2; 27 | 12; 17 | | | 13; 16 | 10; 19 |

# Tab. VI.

| m | r, ϱ | n, p | p, n | m | r, ϱ | n, p | p, n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 | 3; 16 | 8; 11 | 2; 17 | 23 | 4; 19 | 2; 21 | 0 |
| | 4; 15 | 1; 18 | 4; 15 | | | 4; 19 | 9; 14 |
| | | 2; 17 | 0 | | | 6; 17 | 3; 20 |
| | | 3; 16 | 9; 10 | | | 9; 14 | 10; 13 |
| | | 7; 12 | 8; 11 | | | 10; 13 | 2; 21 |
| | | 9; 10 | 1; 18 | | | 11; 12 | 5; 18 |
| | 5; 14 | 3; 16 | 2; 17 | | 5; 18 | 0 | 8; 15 |
| | | 4; 15 | 7; 12 | | | 3; 20 | 2; 21 |
| | | 5; 14 | 1; 18 | | | 6; 17 | 10; 13 |
| | | 7; 12 | 5; 14 | | | 8; 15 | 6; 17 |
| | | 9; 10 | 0 | | | 10; 13 | 7; 16 |
| | 6; 13 | 2; 17 | 6; 13 | | | 11; 12 | 1; 22 |
| | | 5; 14 | 0 | | 6; 17 | 1; 22 | 8; 15 |
| | | 6; 13 | 7; 12 | | | 3; 20 | 7; 16 |
| | | 7; 12 | 9; 10 | | | 8; 15 | 9; 14 |
| | | 8; 11 | 1; 18 | | | 9; 14 | 11; 12 |
| | 7; 12 | 2; 17 | 4; 15 | | | 10; 13 | 5, 18 |
| | | 4; 15 | 3; 16 | | | 11; 12 | 0 |
| | | 7; 12 | 2; 17 | | 7; 16 | 0 | 4; 19 |
| | | 8; 11 | 0 | | | 3; 20 | 5; 18 |
| | | 9; 10 | 6; 13 | | | 4; 19 | 3; 20 |
| | 8; 11 | 0 | 7; 12 | | | 5; 18 | 8; 15 |
| | | 3; 16 | 1; 18 | | | 6; 17 | 11; 12 |
| | | 5; 14 | 6; 13 | | | 10; 13 | 1; 22 |
| | | 6; 13 | 3; 16 | | 8; 15 | 1; 22 | 4; 19 |
| | | 9; 10 | 4; 15 | | | 3; 20 | 1; 22 |
| | 9; 10 | 1; 18 | 7; 12 | | | 4; 19 | 10; 13 |
| | | 3; 16 | 0 | | | 7; 16 | 8; 15 |
| | | 4; 15 | 8; 11 | | | 9; 14 | 2; 21 |
| | | 5; 14 | 4; 15 | | | 10; 13 | 0 |
| | | 8; 11 | 6; 13 | | 9; 14 | 2; 21 | 8; 15 |
| | | | | | | 3; 20 | 0 |
| 23 | 1; 22 | 1; 22 | 0 | | | 5; 18 | 4; 19 |
| | | 2; 21 | 7; 16 | | | 6; 17 | 2; 21 |
| | | 3; 20 | 10; 13 | | | 8; 15 | 3; 20 |
| | | 5; 18 | 1; 22 | | | 9; 14 | 7; 16 |
| | | 6; 17 | 9; 14 | | 10; 13 | 0 | 6; 17 |
| | | 7; 16 | 5; 18 | | | 4; 19 | 11; 12 |
| | 2; 21 | 2; 21 | 5; 18 | | | 6; 17 | 7; 16 |
| | | 5; 18 | 0 | | | 7; 16 | 4; 19 |
| | | 7; 16 | 1; 22 | | | 8; 15 | 10; 13 |
| | | 8; 15 | 4; 19 | | | 9; 14 | 5; 18 |
| | | 10; 13 | 11; 12 | | 11; 12 | 0 | 9; 14 |
| | | 11; 12 | 2; 21 | | | 1; 22 | 6; 17 |
| | 3; 20 | 2; 21 | 1; 22 | | | 2; 21 | 4; 19 |
| | | 3; 20 | 11; 12 | | | 6; 17 | 5; 18 |
| | | 4; 19 | 6; 17 | | | 9; 14 | 1; 22 |
| | | 7; 16 | 0 | | | 11; 12 | 8; 15 |
| | | 9; 14 | 3; 20 | 27 | 1; 26 | 1; 26 | 0, 9, 18 |
| | | 11; 12 | 7; 16 | | | 8; 19 | 3;6;12;15;21;24 |