ystematisk Behandling

af

Mathematikens Elementar-Grundsætninger

og

de fire Regningsarter i hele Tal.

Et

Indbydelsesskrift

til

en offentlige Examen

i

Odense Cathedralskole

af

August Krejdal,

Adjunct, Lærer i Mathem., Physik og Hebraisk.

Trykt hos S. Hempel i Odense.

1823.

Univers. Direktl. Bibl.

De fleste mene at det at være lærd, bestaaer i en b
Hukommelse, og de flyer for al Eftertanke, værre end
en Slange. Derfor have de et Had til alt det, som udf
drer nogen Eftertanke, og fører dem til at bruge deres F
stand færdig; da de derimod finde Behag i det, som de l
fatte halv sovende som et Eventyr, og som lader dem
holde deres gamle Maade at tænke paa, som de fra Ba
been af have tilfælleds med ulærde Folk.

Chr. Wolf.

Bidenskabernes Studium har et dobbelt Værd: et
terielt og formelt; materielt fordi det skaffer os en
ængde nyttige Kundskaber, som vi kan anvende til
: Fordeel, Beqvemmelighed, og Fornøielse; formelt
di det danner vor Sjel.

Jo flere Videnskaber vi dyrke, desto mere mangesidig
ver Sjelen; thi enhver Videnskab har sin egen Form
særegne Fremgangsmaade, og beskjæftiger Sjelen paa
ejendommelig Maade. Religion beskjæftiger Fornuf-
n, Mathematiken Forstanden, Sprogene Ordhukom-
elsen, Historien Saghukommelsen; saa at endskjøndt
hver Videnskab sætter alle Sjeleevner i Virksomhed,
a virker den dog isærdeleshed ved een af disse som
d sit Redskab.

Hos en Mathematiker maa isærdeleshed Indbild-
ngkraften, Sands for Former, og Forstand være le-
nde; Mathematiken lever ved disse; de udgjøre saa at
ge deres Element; det er altsaa naturligt at dens Stu-
um fremkalder disse Evner fortrinligviis. Denne Vi-
nskab er derfor de unge Studerendes bedste praktiske
gik. Den giver tydelige Definitioner, skarpe og grun-
ge Beviser, Regler uden Undtagelse, den gaaer altid
em efter de samme Love, er altid conseqvent, sig
lv liig; den forjager Mørke, Lettroenhed, Forvirring,

giver Sjelen Klarhed, Grundighed og Orden, og
saaledes det allerfortrinligste Dannelses Middel for F
standen; Den er derfor uundværlig for enhver, h
Hovedbeskjæftigelse det bliver at tænke, følgelig
enhver Videnskabsdyrker. Men skal den virke kraf
til at danne Forstanden, saa bør den foredrages i
sin Strænghed; Foredraget maae ikke allene være f
for Feil, (thi Sandhed skal der være i alt;) men
bør være videnskabeligt, ikke populært. Imidlertid
det ikke sjeldent Tilfældet at Begyndelsesgrundene gj
nemgaaes med mindre videnskabelig Nøjagtighed e
det var at ønske, og dog ere Elementerne jo Gru
volden for hele Systemet. *)

Til denne strænge videnskabelige Fremgangsmaa
hører først: at der kun er een Grundsætning for Videns
ben; det er saare let at gjøre alle Sætninger, som m
ikke kan bevise, til Grundsætninger; dernæst maae De
nitionerne være tydelige og brugbare; en Definition, s
ei kan bruges i Beviser, staaer egentlig talt blot
Stads. Samme Begreb maa naturligviis ikke de
neres paa flere Maader, uden at Definitionerne ere ide
tiske. Videre maae Reglerne være saaledes indrettet
at den som vil lære maa sikkert kunne følge samme,
maae ikke være dunkle, eller forudsætte at man kjender S
gen. Man maa give een almindelig Regel istedens
mange specielle. Beviserne maae bevise alt hvad

*) Skal en simpel Arie spilles med mindre Nøjagtigh
end en Fuge?

il bevises; et populært Beviis gjennemgaaer Sagen
:t løselig, men det stræng videnskabelige udpiller og
vikker alt fra hinanden, og undersøger enhver Deel
je; desuden maae et Beviis ikke, som man siger,
akke sig fra det, men maae, om mueligt, stille Sa-
n for Øinene, det maa derfor indklædes i mathematisk
rm; dette giver Mathematik et stort Fortrin for
hilosophie. Beviset maa om muligt være generelt,
d Bogstaver ikke med Tal.

En gandske stræng Bearbeidelse af Begyndelsesgrun-
ie kan man nu saameget mere fordre, da Algebra,
garithme-Læren, Trigonometrie og Stereometrie ikke
re læses i de lærde Skoler; derpaa maae den ma-
:matiske Lærer tage Hensyn ved at behandle Elemen-
ne efter en udvidet Plan.

Jeg fremstiller her i denne lille Afhandling de aller-
ste Begyndelsesgrunde af Arithmetiken saaledes udvi-
:, for at vise, at disse Begyndelsesgrunde kan lige-
iwel modtage en videnskabelig Behandling som de
iere Theorier, og at de fortjene den samme Opmærk-
nhed som disse.

Jeg vil ikke her skrive en Lærebog, (den vil til sin
d udkomme); Man vil derfor her finde noget, som
e vilde faae Plads i en Lærebog, og omvendt vil
in her savne adskilligt, som burde findes i samme;
har nemlig her skrevet hvad der var nødvendigt for
see den systematiske Behandling af Elementerne.

Begreber.

Det er godt at forudskikke alle Begreberne fi
førend man gaaer til den videre Udvikling.

Grundbegrebet er Eenhed. Enhver
denskab har kun eet eneste Grundbegreb; dette Gru
begreb er det absolute, Jegget (efter den nyere Ph
sophies Terminologie), der aabenbarer sig under f
skjellige Former. Ligesom dette absolute, ubeting
er det, som ikke er Ting (man see Schellings
handling om Jegget) saaledes er i Tallenes Sph
det Ubetingede, det som ikke er Tal, det absol
er i Mathematiken det som er Benægtelse af T
det er o. Nul er altsaa den høieste Eenhed; li
som nu det absolute ved Selvproduction frembr
ger Verden, saaledes frembringer Nullets uendel
Selvgjentagelse, alle Tal paa een Gang. D
er Sætningen $\frac{0}{0} = 0$. $\frac{1}{0} = x$ hvor x betyder
hvilketsomhelst Tal; fra dette transcendentale Sta
punkt see vi Identiteten af o og alle Tallene;
berettiger os til at betragte ethvert Tal især,
en Eenhed; men denne Eenhed bliver nu ikke l

re en absolut Eenhed men empirisk denne empiriske Eenhed betegnes med Ziffret 1. Og nu er vi nact over fra den transcendentale Mathematik til n empiriske Mathematiks Gebeet. Denne Eenhed in og ved sin Selvgjentagelse (Selvanskuelse, Selvirksomhed eller hvad vi vil kalde det) fembringe lle Tal men ikke paa den Maade som den absolute enhed, paa een Gang, men efterhaanden, i Tiden; enne Gjentagelse af Eenheden er det man kalder ælling. Nullet og Punktet ere Grundformer vori det absolute aabenbarer sig i Arithmetik og Geoetrie. Videre Udvikling heraf hører til den transcendentale Mathematik, der er en Deel af Philoophien, og maa ikke forblandes med den empiriske Mathematik, hver gaaer sin Vej; jeg har blot illet vise, at man er berettiget til at ansee 0 for Grund-Eenheden i Mathematik og 1 som den empiriske Eenhed. Altsaa: Grundbegrebet er Eenhed 1, som ikke defineres. Grundbegreber og Grundsætninger for de enkelte Videnskaber finde deres Definition og Beviis i Philosophien som er alle Videnskabernes Kilde.

Tælling ɔ: Eenhedens Gjentagelse.

Tal ɔ: Resultat af Tælling. Gjentages hele Eenheden kaldes Tallet et heelt Tal. Gjentages noget af Eenheden kaldes Tallet en Brøk.

Ligestorhed ɔ: Størrelsers Identitet. (Eenshe[d]

Uligestore er et negativt Begreb, og bety[der] Størrelser som ikke ere ligestore. Tegnene ere bekjend[te]

Større ɔ: det hvoraf en Deel er liig en and[en] Størrelse. A er større end B naar en Deel af A er liig [B]

Mindre ɔ: det, der er ligestort med en Deel [af] en anden Størrelse. B er mindre end A naar [B] er liig en Deel af A.

Et Tal kaldes med Hensyn til alle de Eenhe[der] der ere frembragte ved Tælling, et Hele. No[gle] af disse Eenheder kaldes med Hensyn til Tall[et] der ved Tælling er frembragte Deel.

Addition er en Sammentælling af alle de Ee[n]heder, der findes i flere Tal, den er altsaa en forts[at] Tælling. Addender og Summa ere bekjendte Termin[i]

Multiplication er en Regningsart, som b[e]staaer i at gjentage et Tal som Addendus, s[aa] ofte som Eenheden er gjentagen i et andet Tal. Pr[o]duktet af et Tal med et heelt Tal kaldes et Man[ge]fold af det Tal; det hele Tal vil jeg kalde de[ts] Index. a × 3 er et Mangefold af a, og 3 er Inde[x]

Subtraction gaaer ud paa at finde hvilket T[al] jeg skal lægge til et andet Tal, for at faae et 3die til Sum[ma]

Division gaaer ud paa at finde med hvilk[et] Tal et givet Tal skal multipliceres, for at faae et 3d[ie] som Produkt.

Grundsætninger.

Grundsætningen i en Videnskab findes ved at søge hvilken Sætning der er den første, man kan sige om Grundbegrebet eller det absolute i den Videnskab; saaledes er det første positive man kan sige om Jegget, udtrykt i følgende Grundsætning for Philosophien:

Jeg er Jeg. Nu er Mathematikens absolute: Nul, og Mathematikens Identitet er Ligestorhed, følgelig er den transcendentale Mathematiks Grundsætning følgende: o = o. For at forstaae Meningen af denne tilsynceladende ufrugtbare Sætning erindres at, da den er et Corollarium af Philosophiens: Jeg er Jeg; saa maa den fortolkes paa samme Maade, som denne. Nu er Philosophiens Grundsætning en synthetisk Sætning, det er: Prædikatet indeholdes ikke i Subjectet, thi det første Jeg betegner det subjective, det andet er det objective Jeg; forsaavidt er Sætningen synthetisk; men forsaavidt det objectivisse, er identisk med det subjective Jeg, er Sætningen tillige analytisk. Heraf sees at Sætningen er umiddelbar et Udsagn af Jeggets subject-objectivisse Natur; tillige sees, at den transcendentale Mathematiks Grundsætning indeholder denne: o = x = o, det er: o er liig ethvert Tal, og ethvert Tal = o.

Den transcendentale Mathematiks Grundsætn
anvendt paa den empiriske Eenhed 1 giver folgen
1 = 1. eller som den i Almindelighed udtrykkes:

Enhver Størrelse er liig sig selv.
denne Sætning haves ligesom ved den transcenden
Grundsætning den Forbeholdenhed, at Størrelsen
Eenheden kan forekomme under hvilken Form den
Vi see altsaa at den empiriske Mathematik bør begy
med denne Grundsætning: *Eenheden er liig*
selv, og den bevises ikke, men Beviset, eller Ded
tionen for den maa søges i den transcendentale Ma
matik, eller Philosophien.

Ligestore Størrelser kan sættes i
denfor hinanden; thi de ere identiske, det e
Corollarium af Definitionen af Ligestorhed. At s
en Størrelse istedenfor en anden ligestor kaldes at s
stituere. *Det Hele er ligestort med a*
sine Dele tilsammentagne. Thi at tage
lene sammen eller addere dem, er at sammentælle
Eenhederne i dem, men alle Eenhederne er det H
følgelig ere alle Delene tilsammen liig det H
Denne Sætning seer saaledes ud med Bogstaver:
$(a + b) = a + b$, ligeledes $(a + b + c)$
$a + b + c$; $(a + b)$ betegner det hele; $a + b$
lene som skal sammentælles.

Det Hele er større end en Deel, thi Størrelse a er $>$ end b naar en Deel af a er lige-r med b. Kaldes denne Deel d saa haves

$$\begin{array}{l} a > b \\ \underline{d = b} \\ a > d \end{array}$$

ved at substituere d for b.

Naar 2 Størrelser ere ligestore med een g samme 3die, ere de indbyrdes ligestore:

$$\begin{array}{ll} \text{Er} & a = b \\ \underline{\text{og}} & \underline{b = c} \\ \text{saa er} & a = c \end{array}$$

thi istedenfor b kan sættes a.

En Størrelse, der er større end den ene f 2 ligestore Størrelser er større end en anden. Er $a > b$ og $b = c$ saa substitu-es c for b og man har $a > c$.

En Størrelse, der er større end den ørste af 2 uligestore Størrelser er større nd den mindste. $a > b$ og $b > c$ altsaa $> c$; thi af $b > c$ følger at en Deel af b er liig , altsaa er $b = c +$ Noget som jeg vil kalde m ltsaa $b = c + m$ dette substitueret giver $a > c$ $+ m$ deraf følger at $a = (c + m) + r$ ligesom før g da $(c + m) = c + m$ haves $a = c + m + r$ et er a bestaaer af Delene c, m, r følgelig er $> c$ da det Hele er større end en Deel.

Addition.

1) Kuns de eensartede Størrelser k
adderes, da Addition er en fortsat Tælli
Grunden ligger i Ordet fortsat. Summen er eens
tet med Addenderne.

2) Addendernes Orden er ligegyldi
$3 + 8 = 8 + 3$ hvilket sees af følgende Schem

111 | 11111111 . . . A

11111111 | 111 . . . B

Ved at vende Rækken A om, faaes B og Eenhede
nes Antal er uforandret; eller man kan flytte d
første Deel med de 3 Eenheder bag ved uden at Ee
heder tabes eller kommer til.

3) Partialsummerne udgiøre samme
lagt Total-Summen. $(4 + 3) + 2 = 4 +$
$(3 + 2)$ thi $4+3+2 = 4+3+2$ nu er $4 +$
$= (4 + 3)$ og $3 + 2 = (3 + 2)$ altsaa $4 +$
$+ 2 = (4 + 3) + 2$ og $4 + 3 + 2 = 4 +$
$(3 + 2)$ hvoraf Sætningen sees.

Ligeledes: $(3 + 4) + (2 + 5) = (3 + 2) +$
$(4 + 5)$ thi

$3+4+2+5 = 3+2+4+5$ ifølge No.
$3 + 4 = (3 + 4)$ og $2 + 5 = (2 + 5)$ ligel

$3 + 2 = (3 + 2)$ og $4 + 5 = (4 + 5)$ Substitution faaes Sætningen.

Disse Sætninger er ikke blot Lettelses-Regler men oretiske Sætninger, der ere uundværlige til Bevis Forelse.

4) Naar til 2 ligestore Størrelser adres ligemeget, bliver Summerne ligere eller kortere: lige til lige giver lige. $= b$, $c = d$ deraf: $a + c = b + d$; da Ligerhed er Identitet følger, at idet vi lægge c til a have med det samme lagt d til b.

5) Lige til større giver større; $a > b$, $= d$ deraf: $a + c > b + d$.

Thi da $a > b$, er $a = b +$ Noget, som jeg kalde m; altsaa $a = b + m$, $c = d$ følgelig $+ c = (b + m) + d = (b + d) + m$ altsaa $b + d$ en Deel af $a + c$; følgelig $a + c >$ $+ d$.

Additions Regel. Jeg kalder Enerne 1ste, erne anden Klasse ꝛc.

1ste Klasse sammentælles; Enerne af denne Sum Totalsummens Enere, det øvrige gjemmes in mente, kaldes 1ste Klasses Mente. 2den Klasse sammenlles; til denne Sum lægges første Klasses Mente;

Enerne af denne Sum er Totalsummens Tiere; øvrige giemmes in mente o. s. fr.

Reglen grunder sig paa at Partialsummerne gjor tilsammentagne Totalsummen, og at kuns eensartede Dele sammentælles. Betegnes Enerne m e, Tierne med t, Hundrede med h, Tusinder med tilhæftet haves:

$753+892=(3e+5t+7h)+(2e+9t+8h)$
$(3e+2e)+(5t+9t)+(7h+8h)=(5e+2e)$
$(4t+1h)+(7h+8h)=(3e+2e)+4t+(1h$
$7h+8h)=5e+4t+6h+1T=1645$

Reglerne om at sætte de eensartede Ziffre un hinanden og slaae en horizontal Streg under Add derne, hører til Regnebøgerne ikke til den systema ske Arithmetik.

Multiplication.

1. Partial=Producterne udgjør sammenlag Total=Productet.

$$(a+b)m=am+bm$$

Beviis. $(a+b)m=(a+b)+(a+$ $+(a+b)\ldots.$ m Gange. $=(a+a+a\ldots$ $+(b+b+b+\ldots.)$ (fordi Partialsummerne sa menlagte udgjør Totalsummen.) $=am+bm$.

2. Faktorernes Orden er ligegyldig.

$ab = b.a$ Med Tal $3.5 = 5.3$

lket sees af følgende Schema:

$$= \left.\begin{array}{c} ooo \\ ooo \\ \mathrm{B.}\ \ ooo \\ ooo \\ ooo \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} ooooo \\ ooooo \\ ooooo \end{array}\right\} = 5.3$$

A

Productet er det samme betragtet fra 2 Syns-
nkter: A, B.

3. $(a + b) \times (c + d) = ac + bc + ad + bd$
sæt $c + d = m$ saa er $(a + b)(c + d) = (a + b)$
$= am + bm$ sættes nu $c + d$ for m saa er
$+ b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) =$
$+ ad + bc + bd$.

4. Naar et Tal a skal multipliceres med et an-
: b, der bestaaer af Faktorerne m, n; saa faaes
oduktet ved at multiplicere a med den ene Faktor
og dette Produkt igjen med det andet n.

$$a \times b = a \times (mn) = (am) \times n.$$

Beviis. $a \times (m \times n) = (m \times n) \times a =$
$n \times n) + (m \times n) + (m \times n) \ldots\ldots$ [a Gange
ntagen] $= (m + m + m + \ldots) \times n =$
$n \times a) \times n = (am) \times n$

5. Et Tal multipliceres med 10 ved at hefte o bag ved samme. F. Ex. $565 \times 10 = 5650$; Enere ere blevne til Tiere, Tiere til Hundreder, altsaa hver Deel 10 Gange større følgelig hele Tallet 10 Gange større; da $(5e + 6t + 5h) \times$ $= (5e \times 10) + (6t \times 10) + (5h \times 10)$ Lignende Regel haves for 100, 1000 2c.

6. Skal et Tal multipliceres med et andet, hv Enere er o saa multipliceres de virkelige Ziffre, man føier o til dette Produkt. F. Ex. 15×4 $= 15 \times (4 \times 10) = (15 \times 4) \times 10$. Ifølge No.

7. Lige med lige giver lige.

$$\begin{array}{l} a = b \\ c = d \\ \hline a + c = b + d \end{array}$$

, fordi Ligestorhed Størrelsers Identitet.

8. Større med lige giver større.

$$\begin{array}{l} a > b \\ c = d \\ \hline a + c > b + d \end{array}$$

Beviis. $a > b$ følgelig $a = b + m$ multipliceres dette med $c = d$ haves $ac = (b + m)$ $d = bd + md$ følgelig er bd en Deel af ac; altså $ac > bd$.

9. Større med større giver større:

$$\begin{array}{l} a > b \\ \underline{c > d} \\ ac > bd \end{array}$$

Af Hypothesis følger $a = b + m$ og $c = d$ n altsaa $ac = (b + m) \times (d + n) = bd$ $dm + bn + mn$ altsaa er bd en Deel af ac føl- ig $bd < ac$.

Multiplications Regel. 1, naar Multi- cator er et enkelt Ziffer:

Multiplicandens Enere multipliceres med Multi- cator, Enerne af dette Produkt er Totalproduktets ere; det øvrige er 1ste Klasses (Enernes) Mente; ultiplicandens 2den Klasse multipliceres med Multi- cator, til dette Product lægges 1ste Klasses Mente, erne af denne Sum er Totalproductets Tiere; det øv- e er 2den Klasses Mente. Multiplicandens 3die asse multipliceres med Multiplicator, til dette Produkt gges 2den Klasses Mente, Enerne af denne Sum er talproduktets 3die Klasse. o. s. v.

2. Naar Multiplicator er et sammensat Tal.

Man multiplicerer efter forrige Regel Multiplican- med Multiplicators Enere, Tiere, Hundreder multiplicerer disse Produkter respectivement med

1, 10, 100 adderes de saaledes fremkomne Produkter og man har Totalproduktet.

F. Ex. $483 \times 56 = 483 \times (6 + 50)$ $(6 + 50) . 483 = (6 \times 483) + (50 \times 48$ $= (483 \times 6) + (483 \times 50)$ Partial-Produ 483×6 vil jeg kalde p man har: $p = (3e +$ $+ 4h) \times 6 = 18e + (8t + 4h) \times 6 = 8e$ $1t + (8t + 4h) \times 6$ Nu er $(8t + 4h) \times 6$ $48t + (4h) . 6$ altsaa $p = 8e + 49t + (4$ $6 = 8e + 9t + 4h + (4h) . 6$ Nu er $(4h)$ $= 24h = 4h + 2T$ følgelig $p = 8e + 9t$ $8h + 2T$. Kaldes Produktet (483×50), q ves $q = (483 \times 5) \times 10$ da $50 = 5 \times$ og $p + q =$ Totalproduktet.

Subtractio.

1. Kuns eensartede Tal kan subtra res. Indsees let af Additions-Sætningen No.

2. Af Subtractionens Definition følger umiddel at $(a - c) + c = a$ thi $(a - c)$ er Rest, c Subtrahend og a er Minuend. Altsaa: Resten a ret til Subtrahenden udgjør Minuend, ligeledes fø at $a - a = o$.

3. Partial-Differentserne udgjøre mmenlagte Total-Differentsen.

$$(a+b)-(c+d)=(a-c)+(b-d)$$

Beviis. $(a-c)+(b-d)$ skal have den Egen- at det lagt til $(c+d)$ giver $(a+b)$. Naar jeg lægge $(c+d)$ til $(a-c)+(b-d)$ behø- jeg blot at lægge det deelviis til, nemlig:
$-c)+(b-d)]+(c+d)=[(a-c)$
$c]+[(b-d)+d]$, da Partialsummerne ere mmen = Totalsummen. men $(a-c)+c=a$ $(b-d)+d=b$, ifølge No. 1. altsaa er mmen $=a+b$, følgelig er $(a-c)+(b-d)$ fferentsen mellem $(a+b)$ og $(c+d)$. Denne tning kan bevises om polynomiske Størrelser.

4. Paa lignende Maade beviſes at $(a+b)-$ $=(a-c)+b$ og at $a-(b+c)=(a-b)$ c.

5. Lige fra lige giver lige: thi Ligestør- er Størrelsers Identitet.

6. Lige fra større giver større:

$$\begin{array}{c} a > b \\ c = d \\ \hline a-c > b-d \end{array}$$

af $a>b$ følger at $a=b+m$ subtraheres ra $c=d$ faaes $a-c=(b+m)-d=$

$(b - d) + m$ ifølge No. 4. følgelig $(b - d)$ Deel af $(a - c)$ altsaa mindre end $(a - c)$.

7) Større fra lige giver mindre.

$$\begin{array}{c} a = b \\ \underline{c > d} \\ a - c > b - d \end{array}$$

Beviis. $a = b$ og $c = d + m$ følgelig $a - c =$ $b - (d + m) = (b - d) - m$; lægges m paa begge Sider af Lighedstegnet, haves: $(a - c) + m = (b - d) - m + m = (b - d)$ [f] $- m + m = o$ altsaa $(a - c)$ en Deel af $(b - d)$ følgelig $(b - d) < (a - c)$.

Jeg vil ikke opholde mig ved Subtractions Regl men vise Beviset for samme:

Reglen deler sig i 2 Dele; den ene for det Tilfæl[de] hvor man ikke behøver at laane:

dertil hører følgende: $693 - 452 = (3e + 9t + 6h) - (2e + 5t + 4h) = (3e - 2e) + (9t - 5t) + (6h - 4h) = 1e + 4t + 2h =$ 241 det grunder sig paa No. 3 og No. 1.

Den anden Deel af Reglen indbefatter det Tilfæl[de] hvor der laanes:

$523 - 397 = (3e + 2t + 5h) - (7e + 9t + 3h) = (13e + 11t + 4h) - (7e + 9t +$

$) = (13e - 7e) + (11t - 9t) + (4h -$
$) = 126.$

Division.

1. Af Definitionen følger, at naar Divisor mul-
liceres med Qvotienten faaes Dividenden til Produkt,
a at naar $a : b = m$ saa er $b \times m = a$ Ved at
ostituere faaes 2 Sætninger: 1, vedat sætte $b \times m$
a haves $bm : b = m$ og 2, ved at sætte $a : b$
m haves $b \times (a : b)$ eller $(a : b) \times b = a$
tsaa: naar et Tal divideres med et andet og Qvoti-
ten multipliceres dermed bliver Tallet uforandret, og
wendt.

2. Partialqvotienterne udgjør sam-
enlagt Total-Qvotienten.

$$(a + b) : m = (a : m) + (b : m)$$

ntag at $(a : m) + (b : m)$ var $> (a + b) : m$
a maae vi ved at multiplicere med m paa begge Si-
r af $>$ faae størst paa venstre Side. Nu er
$: m + b : m) \times m = (a : m) \times m + (b : m)$
m (Multiplikation No. 1) men $(a : m) \times m =$
og $(b : m) \times m = b$ altsaa faaes $a + b$ til

Produkt paa venstre Side; det samme faaes ud p
højre, nemlig $[(a + b) : m] \times m = (a + b)$ fi
gelig skulde $a + b$ være $> a + b$, men det er i
sandt, følgelig er $a : m + b : m$ ikke større end $(a +$
$: m$; paa samme Maade bevises, at det ei er mindre e
$(a + b) : m$ følgelig haves $a : m + b : m =$
$(a + b) : m$.

3. **Lige divideret med lige giver lig** følger af Ligestorhedsbegrebet.

4. **Større med lige giver større:**

$$\begin{array}{c} a > b \\ c = d \\ \hline a : c > b : d \end{array}$$

thi $a = b + m$ og $c = d$ følgelig faaes ved Di
vision $a : c = (b + m) : d = b : d + m :$
følgelig $b : d$ en Deel af $a : c$ altsaa mindre.

5. **Lige med større giver mindre.**

$$\begin{array}{c} a = b \\ c > d \\ \hline a : c < b : d \end{array}$$

Antag: $a : c = b : d$ multipliceer med $c > d$
saa haves: $(a : c) \times c > (b : d) \times d$ d. e
$a > b$ hvilket ikke er sandt.

Antag da at $a : c > b : d$; multipliceer med $c > d$

res $a > b$ som heller ikke er sandt; følgelig er $a : c$ erken $=$ eller $>$ men maae være $< b : d$.

6. Naar Divisor og Dividend divides med samme Tal bliver Qvotienten orandret.

Naar $a : b = c$ saa er $(a : m) : (b : m) = c$

Beviis. af $a : b = c$ følger $a = bc$, sæt: $: m) : (b : m) = x$ saa maatte $(a : m)$ være $=$ $: m) . x$ multipliceres paa begge Sider af Lighedstegnet med m haves: $(a : m).m = (b : m).m.x$ t er $a = bx$ men $a = bc$ følgelig $bx = bc$ og d Division med b faaes $x = c$; altsaa Sætningen beviist.

7. Paa lignende Maade bevises: $am : bm = c$ naar $a : b = c$

8. Naar Divisor bestaaer af Faktorer, bliver Qvotienten uforandret, naar Dividenden først divideres med den ene Faktor, og denne Qvotient med den anden.

$$\begin{array}{r} a : b = c \\ b = mr \\ \hline (a : m) : r = c \end{array}$$

Bevis. Antag $(a : m) : r = x$, multipliceer med r saa faaes: $a : m = rx$ dernæst med m saa har man $a = mrx$ af Hypothesis følger $a = $ c ved at substituere mr for b faaes: $a = mrc$ hvilket sammenlignet med $a = mrx$ giver $x = c$

9. Gjøres Dividenden nogle Gange større Divisor er uforandret, bliver Qvotienten ligesaama Gange større.

$$\frac{a : b = c}{am : b = cm}$$

Beviis. af Hyp. følger $a = bc$ altsaa $am : b = bcm : b = cm$.

Divisions Regel: Man søger de første Mangefold af Divisor, nemlig 0 Gange Divisor, Gange Divisor, 2 Gange Divisor, 3 Gange Divisor til 10 Gange Divisor (exclusive). Disse opstill i en Tabel. I denne opsøges det Mangefold, der det største af alle dem, der ere mindre end det før Ziffer af Dividendus (talt fra venstre), dette Mang fold subtraheres fra bemeldte Ziffer, og dets Index Qvotientens høieste Ziffer. Til den ved Subtraction udkomne Rest føies Dividendens andet Ziffer, og i søges i Mangefolds-Tabellen et Mangefold, der det største af alle de Mangefold, der ere mindre en det ved fornævnte Sammenføjelse dannede Tal; det Mangefold subtraheres fra dette Tal, og dets Ind er Qvotientens næsthøjeste Ziffer o. s. fr.

In Praxi behøves ikke altid Mangefolds-Tabeller man gjetter sig til Qvotientens Ziffre ved at opsøge Tal, der multipliceret med Divisor giver et Produk som kan subtraheres fra Dividendens Dele og som giv ved Subtractionen en Rest, der er mindre end Diviso

Exempel:

```
7) 8356 ( 1193
   7
   --
   13
    7
   --
    65
    63
    --
     26
     21
     --
      5
```

Mangefolds-Tabel.

0	×	7	=	0
1	×	7	=	7
2	×	7	=	14
3	×	7	=	21
4	×	7	=	28
5	×	7	=	35
6	×	7	=	42
7	×	7	=	49
8	×	7	=	56
9	×	7	=	63

```
37) 37898 ( 015632
    0
    --
    37
    37
    ---
    208
    185
    ---
     233
     222
     ---
      119
      111
      ---
       88
       74
       --
       14
```

0	Gange 37		=	0
1	—	-	=	37
2	—	-	=	74
3	—	-	=	111
4	—	-	=	148
5	—	-	=	185
6	—	-	=	222
7	—	-	=	259
8	—	-	=	296
9	—	-	=	333

Beviset grundes paa at Partialqvotienterne sa menlagt udgjør Totalqvotienten:
$486 : 2 = (6e + 8t + 4h) : 2 = (6e : 2) (8t : 2) + (4h : 2)$

Her gik Divisor op i hvert enkelt Ziffer af Di denden; dersom det ikke er Tilfældet, fordeles Di dendens Dele saaledes, at de alle undtagen maaskee d sidste, kan divideres med Divisor uden Rest. F. E
$8356 : 7 = (7T + 7h + 63t + 21e + 5e) : 7 = (7T : 7) + (7h : 7) + (63t : 7) + (21e : 7) + (5e : 7)$.

Den offentlige aarlige Examen i Odense Cathedralskole for
aaret 1823 begynder Fredagen den 12 Septbr., og fortsæt:
; daglig fra Kl. 9 til 1, og fra 3 til 6 i følgende Orden:

Skriftlig Prøve.

edag d. 12 September.

Formiddag.

} Klasse . . Latinsk Stiil

Eftermiddag.

. Klasse . . Oversættelse af Latin og Fransk
. —— Oversættelse af Latin

Løverdag d. 13 September.

Formiddag.

IV. III. } Klasse . . . Historie

Eftermiddag.

IV. Klasse . . . Religion og Oversættelse af Tydsk
III. —— . . . Religion

Mundtlig Prøve.

andag d. 15 September.

Formiddag.

ndidaterne . . . Latin
. Klasse . . . Hebraisk

Eftermiddag.

. Klasse . . . . Latin
. —— . . . . Tydsk

rsdag d. 16 September.

Formiddag.

ndidaterne . . . Græsk
Klasse . . . Religion

Eftermiddag.

. Klasse . . . . Græsk
Klasse . . . Religion

sdag d. 17 September.

Formiddag.

ndidaterne Relig. og nye Test.
Klasse Hist. og Geographie

Eftermiddag.

. Klasse Relig. og nye Test.
—— . . . . Dansk

rsdag d. 18 September.

Formiddag.

ndidaterne Hist. og Geographi
Klasse . . . . Fransk

Eftermiddag.

. Klasse Hist. og Geographie
. —— . . . . . Physik

edag d. 19 September.

Formiddag.

ndidaterne Arithm. og Geom.
. Klasse . . . . Latin

Eftermiddag.

ndidaterne og Klasse. } . . Hebraisk
—— . . . . . Latin

Løverdag d. 20 September.

Formiddag.

Candidaterne Tydsk og Fransk
III. Klasse Hist. og Geographie

Eftermiddag.

Candidaterne og IV. Klasse } . . Physik
I. Klasse . Latin og Dansk

Mandag d. 22 September.

Formiddag.

III. Klasse . . . . Græsk
II. —— Arithm. og Geometri

Eftermiddag.

IV. Klasse . Tydsk og Fransk
I. —— Arithm. og Geomet.

Tirsdag d. 23 September.

Formiddag.

III. Klasse . . . Religion
II. —— . . Naturhistorie

Eftermiddag.

IV. Klasse Arithm. og Geomet.
I. —— Hist., Geogr. og Fransk

Onsdag d. 24 September.

Formiddag.

III. Klasse Arithm. og Geometri
II. —— . . . . . Græsk

Eftermiddag.

II. Klasse . . . . Fransk
I. —— . . Naturhistorie

Mandagen den 29 September Kl. 9 Formiddag, fo tages den foreløbige Prøve med dem, der ere anmel til Optagelse i Skolen fra næste Skoleaars Begyndelse.

Efterat Opflyttelse i høiere Klasser, og Omflyttelse i se Klasserne er, ifølge Examens Udfald, samt Disciplernes F og Fremgang i det forløbne Skoleaar, bestemt ved den S sur, som efter tilendebragt Examen holdes af samtlige L rere, foretages Translocationen i en offentlig Forsa ling, som holdes paa Gymnasiets Auditoriu Tirsdagen d. 1 Octbr. Kl. 10 Formiddag.

De Candidater, som i Aar skulle dimitteres Universitetet ere følgende:

1 Christ. Holger Hald . . . fra Odense.
2) Friderich Ludvig Storch . fra Tanderup i Fyen
3) Albert Christian Wiberg . fra Odense
4) Georg Høst . . . . . . fra Schebye i Fyen.
5) Otto Mandrup Schiøtz . fra Brahesborg i Fy
6) Jens Søren Langhoff . fra Odense.
7) Eiler Frederik Wilhelm Bülow fra Svendborg.
8) Hans Brandt . . . . fra Tryggelev paa Langela
9) Christian Ernst Krag . . fra Gjelsted i Fyen.
10) Jens Jacob Hegelund . fra Odense.

Venner af Videnskabelighed, Skolens og Un dommens Velyndere, indbydes herved ærbedig til at beære denne offentlige Examen og det pa følgende offentlige Regnskab for sammes Udfal med deres hædrende og opmuntrende Nærværels