Danskernes Historie Online

Danske Slægtsforskeres Bibliotek

Dette værk er downloadet fra Danskernes Historie Online

Danskernes Historie Online er Danmarks største digitaliseringsprojekt af litteratur inden for emner som personalhistorie, lokalhistorie og slægtsforskning. Biblioteket hører under den almennyttige forening Danske Slægtsforskere. Vi bevarer vores fælles kulturarv, digitaliserer den og stiller den til rådighed for alle interesserede.

Støt Danskernes Historie Online - Bliv sponsor

Som sponsor i biblioteket opnår du en række fordele. Læs mere om fordele og sponsorat her: https://slaegtsbibliotek.dk/sponsorat

Ophavsret

Biblioteket indeholder værker både med og uden ophavsret. For værker, som er omfattet af ophavsret, må PDF-filen kun benyttes til personligt brug.

Links

Slægtsforskernes Bibliotek: https://slaegtsbibliotek.dk

Danske Slægtsforskere: https://slaegt.dk

Jahresbericht

des

Königlichen Preußischen Gymnasiums

zu

Schleusingen,

bekannt gemacht

bei

der öffentlichen Prüfung und Schlußfeierlichkeit

zu Ostern 1847.

Vorangeht:

Abhandlung über die harmonischen Proportionen auf der Oberfläche der Kugel

von

Dr. Franz Nauck.

Schleusingen 1847.

Ueber die

harmonischen Proportionen auf der Oberfläche der Kugel,

ein Beitrag zur sphärischen Trigonometrie

von

Dr. Franz Nauck.

Einleitung.

Dafs die sphärische Trigonometrie nicht mehr unter die Abschnitte der Mathematik gerechnet wird, welche nach den Vorschriften der hohen Behörden auf Gymnasien gelehrt werden dürfen, mag wohl aufser mir noch mancher andere Lehrer der Mathematik bedauern, da die sphärische Trigonometrie durch den innigen Zusammenhang ihrer Lehrsätze mit entsprechenden Sätzen der Planimetrie vorzugsweise geeignet ist, einen tiefen Blick in die mathematischen Wahrheiten thun zu lassen, und das Interesse für diese Wissenschaft zu beleben.

Vielleicht möchte daher die nachstehende Abhandlung dem einen oder dem andern Mathematiker, welcher sich gern mit der sphärischen Trigonometrie beschäftigt, nicht ganz unwillkommen sein, zumal da sie in dieselbe einen Abschnitt der Planimetrie hineinzieht, welcher kürzlich durch Herrn Adams — in seinem trefflichen Buche: Die harmonischen Verhältnisse. Winterthur 1845 — eine besondere Bearbeitung gefunden hat.

Wenn ich mich aber bei einigen Sätzen ausführlicher ausgesprochen habe, als es vielleicht dem eigentlichen Zwecke der Abhandlung gemäfs nöthig gewesen wäre, so hat dies hierin seinen Grund, weil ich zugleich auch meinen Schülern, deren manche mit den harmonischen Proportionen in der Planimetrie bekannt sind, wenigstens etwas bieten wollte, das ihre Aufmerksamkeit fesseln könnte.

---

§. 1.

Mit demselben Rechte, mit welchem die Mathematiker einen kleinen Bogen eines unendlich grofsen Kreises als eine gerade Linie ansehen *), darf man auch einen kleinen Theil einer Kugeloberfläche, zu welcher ein unendlich grofser Halbmesser gehört, als eine Ebene betrachten.

Wenn man daher in allen sphärischtrigonometrischen Formeln, welche sich auf Normalkreisbogen, d. h. auf Bogen gröfster Kugelkreise, beziehen, den Halbmesser der Kugel unendlich grofs annimmt, und diejenigen Modificationen berücksichtigt, welche hierdurch die trigonometrischen Functionen erleiden, so geht die sphärische Figur in eine ebene Figur über, und man findet hierdurch jedesmal einen planimetrischen Lehrsatz. Auf diese Weise ist es leicht, alle Lehrsätze der sphärischen Trigonometrie auf entsprechende planimetrische Lehrsätze zurückzuführen.

In der vorstehenden Abhandlung handelt es sich nun um die entgegengesetzte Aufgabe, nämlich für gewisse bekannte planimetrische Lehrsätze, namentlich über die harmonischen Proportionen, analoge Lehrsätze der sphärischen Trigonometrie aufzusuchen, und deren Richtigkeit zu erweisen.

§. 2.

Erklärung 1. Drei Saiten von gleicher Dicke und gleicher Spannung, welche sich ihrer Länge nach zu einander verhalten wie die drei Zahlen

3 4 6,

harmoniren mit einander, denn sie geben nach bekannten Sätzen der Akustik die drei Töne:

Octave, *Quinte*, *Prime*,

denn 4 ist die Quinte von 6, 3 die Quarte von 4 oder die Octave von 6.

Nun aber gilt unverkennbar die Proportion

$$3 : 6 = (4 - 3) : (6 - 4),$$

deshalb pflegt man überhaupt drei Gröfsen harmonisch proportionirt zu nennen,

---

*) Wenn Anfänger oder Laien in der Mathematik sich gegen diese Ansicht sträuben, so hat dies darin seinen Grund, weil sie sich nicht mit dem Begriffe des unendlich grofsen Halbmessers vertraut machen können. Für diese nur soviel: Construirt man (Fig. 1.) mehrere Bogen von ungefähr gleicher Länge mit verschiedenen Halbmessern, so hat derjenige die schwächste Krümmung, welcher mit dem gröfsten Halbmesser construirt worden ist. Denkt man sich nun den Halbmesser viele Meilen lang, so würde ein Bogen, der einen Zoll lang ist, von einer geraden Linie kaum zu unterscheiden sein. Dafs ein solcher Bogen aber dennoch keine gerade Linie ist, versteht sich zwar von selbst, allein war denn der Halbmesser unendlich grofs? — Da es in der Wirklichkeit nie einen unendlich grofsen Halbmesser geben kann, so ist es natürlich auch nie möglich, dafs ein Bogen wirklich in eine gerade Linie übergeht. Aber wenn man sich den Halbmesser unendlich grofs denkt, was er freilich in der That nicht sein kann, so mufs man sich nothwendig einen kleinen Bogen, der damit construirt ist, als eine gerade Linie vorstellen.

wenn die erste sich zur dritten ebenso verhält, wie der Unterschied der zweiten und ersten zum Unterschiede der dritten und zweiten.

Erklärung 2. Wenden wir diese Erklärung auf drei Linien AB, AC, AD an, die (Fig. 2) von einem gemeinschaftlichen Endpunkte A aus in gleicher Richtung auf einander abgeschnitten sind, so verhält sich auch hier

$$AB : AD = (AC - AB) : (AD - AC)$$

oder $AB : AD = BC : CD$

und man sagt dann, die Linie AD sei in den beiden Punkten B und C harmonisch getheilt. Von dieser Erklärung *), welche den einzigen Vortheil gewährt, dafs sie den Namen „harmonische Proportion" rechtfertigt, weichen andere Mathematiker ab, namentlich auch Adams, der in seiner oben erwähnten Schrift (S. 1) die Erklärung giebt:

„Eine Linie heifst harmonisch getheilt, wenn sie in zwei verschiedenen Punk-„ten nach einem und demselben, übrigens willkürlichen Verhältnisse ge-„theilt ist."

Hiernach ist (Fig. 2) nicht AD in B und C, sondern AC in B und D oder auch BD in A und C (Adams S. 3) harmonisch getheilt. A und C, so wie auch B und D, nennt Adams in Uebereinstimmung mit Steiner **) zugeordnete harmonische Punkte, und alle Punkte A, B, C, D zusammengefafst, vier harmonische Punkte.

Von dieser Definition, welche unstreitig für geometrische Betrachtungen geeigneter ist, werden wir in dieser Abhandlung durchgängig Gebrauch machen.

Erklärung 3. Die vier geraden Linien, welche (Fig. 3) einen beliebigen Punkt E sowohl mit den beiden Endpunkten, als mit den beiden Theilungspunkten einer harmonisch getheilten Linie verbinden, heifsen Harmonikalen ***).

§. 3.

Erklärung 1. Wenn ein Bogen eines gröfsten Kugelkreises in zwei Punkten so getheilt ist, dafs die *Sinus* der Bogen — nicht die Bogen selbst — eine harmonische Proportion bilden, z. B. (Fig. 4)

$$\sin. AB : \sin. AD = \sin. BC : \sin. CD,$$

so wollen wir, analog der obigen Definition von Adams, den Bogen AC in B und D oder den Bogen BD in A und C harmonisch getheilt nennen.

*) Horrebow: In continuam proportionem harmonicam mathemata §. 15. Lamy: Elemens de mathematiques S. 461. La Hire: Sectiones conicae I. def. 1. Van Swinden's Elemente der Geometrie, übersetzt von Jacobi, S. 102.

**) Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander. Th. I. S. 19.

***) Steiner nennt sie (S. 19) und Adams (S. 30) harmonische Strahlen, La Hire: harmonicales, Brianchon: faisceau harmonique.

Erklärung 2. Die vier Normalkreisbogen, welche (Fig. 4) einen beliebigen Punkt der Kugeloberfläche sowohl mit den Endpunkten, als auch mit den Theilungspunkten eines harmonisch getheilten Bogens verbinden, sollen auch hier Harmonikalen, und je zwei derselben, welche nach zugeordneten harmonischen Punkten gehen, zugeordnete Harmonikalen heifsen.

§. 4.

Lehrsatz. Der Winkel, welchen zwei zugeordnete Harmonikalen mit einander bilden, wird durch die beiden andern Harmonikalen harmonisch getheilt. (Der entsprechende planimetrische Lehrsatz findet sich bei Steiner S. 19.)

Beweis. Bekanntlich verhält sich (Fig. 4)

$$\begin{aligned}
&\sin.\ \alpha &&: \sin.\ B\,^{*)} &&= \sin.\ AB &&: \sin.\ AE\\
&\sin.\ D &&: \sin.(\alpha+\beta+\gamma) &&= \sin.\ AE &&: \sin.\ AD\\
&\sin.\ CE &&: \sin.\ D &&= \sin.\ CD &&: \sin.\ \gamma\\
&\sin.\ B &&: \sin.\ CE &&= \sin.\ \beta &&: \sin.\ BC\\
\text{und } &\sin.\ AB &&: \sin.\ AD &&= \sin.\ BC &&: \sin.\ CD
\end{aligned}$$

nach der Annahme, dafs AE, BE, CE, DE Harmonikalen sind. Wenn man nun alle diese Proportionen mit einander multiplicirt und dabei die gleichen Glieder, die als innere und äufsere vorkommen, gegen einander aufhebt, so findet man die Proportion

$$\sin.\ \alpha : \sin.\ (\alpha+\beta+\gamma) = \sin.\ \beta : \sin.\ \gamma$$

also ist der Satz erwiesen.

§. 5.

Umkehrung des vorigen Lehrsatzes.

Lehrsatz. Vier Normalkreisbogen, welche einen harmonisch getheilten Winkel bilden, sind die Harmonikalen eines beliebig hindurchgezogenen Normalkreisbogens.

Beweis. Es verhält sich nämlich (Fig. 4)

$$\begin{aligned}
&\sin.\ AE &&: \sin.\ AD &&= \sin.\ D &&: \sin.\ (\alpha+\beta+\gamma)\\
&\sin.\ AB &&: \sin.\ AE &&= \sin.\ \alpha &&: \sin.\ B\\
&\sin.\ CE &&: \sin.\ B &&= \sin.\ BC &&: \sin.\ \beta\\
&\sin.\ D &&: \sin.\ CE &&= \sin.\ \gamma &&: \sin.\ CD\\
\text{und } &\sin.\ \alpha &&: \sin.(\alpha+\beta+\gamma) &&= \sin.\ \beta &&: \sin.\ \gamma
\end{aligned}$$

nach der Voraussetzung, folglich, wenn man wie vorher multiplicirt,

$$\sin.\ AB : \sin.\ AD = \sin.\ BC : \sin.\ CD,$$

was bewiesen werden sollte.

---

*) Ob man unter B den Winkel ABE oder CBE versteht, ist hier gleichgiltig, weil die *Sinus* derselben einander gleich sind.

§. 6.

Lehrsatz. Jeder Normalkreisbogen, welcher durch die vier Harmonikalen eines harmonisch getheilten Bogens geht, wird ebenfalls harmonisch getheilt (Adams S. 28).

Beweis.

Aus der Proportion (Fig. 5)

$$sin.\ AB : sin.\ AD = sin.\ BC : sin.\ CD$$

folgt nach §. 4:

$$sin.\ \alpha : sin.\ (\alpha+\beta+\gamma) = sin.\ \beta : sin.\ \gamma$$

und hieraus ergiebt sich nach §. 5:

$$sin.\ ab : sin.\ ad = sin.\ bc : sin.\ cd.$$

§. 7.

In der Planimetrie giebt es nun einen Lehrsatz über harmonische Proportionen, in dem parallele Linien vorkommen.

Wenn man nämlich (Fig. 6) eine gerade Linie BC in D halbiert, einen beliebigen Punkt A sowohl mit den beiden Endpunkten, als mit dem Halbierungspunkte derselben verbindet, und durch jenen Punkt eine Parallele AE mit der Linie zieht, so sind diese vier Linien AB, AD, AC, AE die Harmonikalen einer willkürlich hindurch gezogenen Linie. (Adams S. 30 Zusatz 2 umgekehrt.)

Es scheint nun ganz unmöglich zu sein, für diesen planimetrischen Satz einen entsprechenden auf der Oberfläche der Kugel zu finden, weil es parallele Bogen gröfster Kreise natürlich nicht geben kann, indem je zwei solche Bogen einander jederzeit schneiden. Und wenn es auch Bogen giebt, welche von einem dritten Bogen unter gleichen correspondirenden Winkeln geschnitten werden (Fig. 7. $A\hat{C}D = A\hat{B}D$) so haben doch diese Bogen AB und AC kein anderes Merkmal mit den Parallelen der Planimetrie gemeinsam.

Dennoch läfst sich diese Schwierigkeit recht wohl überwinden, wenn man bedenkt, dafs die Linie BC (Fig. 6) in ihrem Halbierungspunkte D und in dem unendlich weit entfernten Punkte M, in welchem AE und BC einander schneiden müfsten, wenn sie einen Durchschnittspunkt hätten *), harmonisch getheilt werden würde. (Adams S. 53 Zus. 3. und S. 87 Zus. 1.)

*) Auch hier kann ich eine Bemerkung nicht unterdrücken. Mit vollem Rechte zwar behauptet man, dafs parallele Linien einander nie schneiden können. Allein unverkennbar rückt der Durchschnittspunkt zweier Linien, die nicht parallel sind, desto weiter, je mehr die Linien sich der parallelen Lage nähern. Wenn man also zwei nicht parallele Linien allmälig in eine parallele Lage übergehen läfst, so rückt ihr Durchschnittspunkt nach und nach immer weiter fort, bis er zuletzt, sobald die Linien wirklich parallel sind, in unendlicher Entfernung für uns verschwindet. Man darf also zwar nicht sagen: „parallele Li-

Denn dann ist $DM = \infty$ und $CM = \infty$ (Fig. 6), also gilt die Proportion

$$BD : BM = CD : CM.$$

Hiernach aber, wenn (Fig. 8) der Bogen BC in D halbiert ist, kann man leicht den Punkt M auf der Verlängerung von BC so bestimmen, dafs auch BC in D und M harmonisch getheilt wird. Man braucht nur BC soweit zu verlängern, dafs $DM = 90^0$ wird, denn dann ist

$$\begin{array}{rl} BM &= 90^0 + BD \\ CM &= 90^0 - CD \\ \hline \end{array}$$

folglich $BM + CM = 180^0$, da $BD = CD$ ist, daher ist $sin. BM = sin. CM$, und folglich

$$sin.\ BD : sin.\ BM = sin.\ CD : sin.\ CM,$$

also ist BC in dem Halbierungspunkte D und in dem Punkte M harmonisch getheilt. Man erkennt sogleich, dafs dieser Satz genau dem vorher erwähnten planimetrischen Satze entspricht. Von ihm kann man auch genau dieselbe Anwendung machen zur Auflösung der folgenden

§. 8.

Aufgabe: Zu drei auf einem Normalkreisbogen gegebenen Punkten den vierten harmonischen Punkt zu finden.

Es sei (Fig. 9) der Bogen BC und darauf der Punkt D gegeben, man soll den vierten harmonischen Punkt E finden.

Auflösung. Man trage den beliebigen Bogen BF an, halbiere ihn in G, mache $GM = 90^0$, verbinde G mit D, und F mit C, verlängere beide Bogen GD und FC bis sie einander in A schneiden, so findet man, wenn man A mit M verbindet, da wo BC und AM einander schneiden, den gesuchten Punkt E.

Beweis. Da AB, AG, AF, AM Harmonikalen sind (§. 7), so ist BC in D und E harmonisch getheilt (§. 6).

Anmerkung. Der Bogen AM würde, gehörig verlängert, den Bogen BC noch einmal im Punkte E' schneiden, der von E um 180^0 entfernt ist. Da nun $sin. BE' = sin. BE$ und $sin. CE' = sin. CE$ ist, so gelten die beiden Proportionen

$$sin.\ BD : sin.\ BE = sin.\ CD : sin.\ CE$$

und $$sin.\ BD : sin.\ BE' = sin.\ CD : sin.\ CE'.$$

Daher läfst die Aufgabe zwei Auflösungen zu.

§. 9.

Lehrsatz. Wenn ein Normalkreisbogen AB (Fig. 10) in zwei Punkten a und b harmonisch getheilt ist, so kann derselbe nicht in a' und b harmonisch getheilt werden, wenn nicht a' und a um 180^0 von einander entfernt sind.

---

nien schneiden einander in unendlicher Entfernung", wohl aber ist die Behauptung richtig, dafs, wenn parallele Linien noch einen Durchschnittspunkt hätten, man diesen in unendlichweiter Entfernung suchen müfste.

Beweis. Nach der Voraussetzung ist:

$$sin.\ Aa : sin.\ Ab = sin.\ Ba : sin.\ Bb$$

wenn nun $sin.\ Aa' : sin.\ Ab = sin.\ Ba' : sin.\ Bb$

so folgt, dafs $sin.\ Aa : sin.\ Aa' = sin.\ Ba : sin.\ Ba'$,

oder wenn man die Entfernung der Punkte a und a' mit δ bezeichnet,

$$sin.\ Aa : sin.\ (Aa - \delta) = sin.\ Ba : sin.\ (Ba + \delta)$$

folglich $sin.\ Aa\ .\ sin.\ (Ba + \delta) = sin.\ (Aa - \delta)\ .\ sin.\ Ba$

oder $sin.\ Aa\ .\ sin.\ Ba\ .\ cos.\ \delta + sin.\ Aa\ .\ cos.\ Ba\ .\ sin.\ \delta$

$$= sin.\ Aa\ .\ sin.\ Ba\ .\ cos.\ \delta - cos.\ Aa\ .\ sin.\ Ba\ .\ sin.\ \delta$$

folglich $sin.\ \delta\ .\ (sin.\ Aa\ .\ cos.\ Ba + cos.\ Aa\ .\ sin.\ Ba) = 0$

oder $sin.\ \delta\ .\ sin.\ (Aa + Ba) = 0$

oder $sin.\ \delta\ .\ sin.\ AB = 0$.

Daher mufs entweder $sin.\ AB$ oder $sin.\ \delta = 0$ sein. Wäre aber $sin.\ AB = 0$, so müfste AB, da es nicht $= 0$ sein kann, $= 180^\circ$ sein. Da aber dann in der Proportion

$$sin.\ Aa : sin.\ Ab = sin.\ Ba : sin.\ Bb$$

$sin.\ Aa = sin.\ Ba$ sein würde, so müfste auch $sin.\ Ab = sin.\ Bb$ sein, oder

$$sin.\ (180^\circ + Bb) = sin.\ Bb$$

oder $- sin.\ Bb = + sin.\ Bb$, was unmöglich ist, da Bb hier weder $= 0$, noch $= 180^\circ$ sein kann. Daher mufs nothwendig $sin.\ \delta = 0$, also entweder $\delta = 0$ oder $\delta = 180^\circ$ sein, also kann AB nicht in a' und b harmonisch getheilt sein, wenn nicht a' mit a zusammenfällt oder um 180° von a entfernt ist.

§. 10.

Lehrsatz. Wenn ein Normalkreisbogen AB (Fig. 11) in a und b harmonisch getheilt ist, so kann er nicht zugleich in a und b' harmonisch getheilt sein, wenn nicht b und b' um 180° von einander entfernt sind.

Beweis. Nach der Voraussetzung ist:

$$sin.\ Aa : sin.\ Ab = sin.\ Ba : sin.\ Bb$$

wenn nun $sin.\ Aa : sin.\ Ab' = sin.\ Ba : sin.\ Bb'$

so folgt, dafs $sin.\ Ab : sin.\ Ab' = sin.\ Bb : sin.\ Bb'$

oder wenn man die Entfernung der Punkte b und b' mit δ bezeichnet:

$$sin.\ Ab : sin.\ (Ab + \delta) = sin.\ Bb : sin.\ (Bb + \delta)$$

folglich $sin.\ Ab\ .\ sin.\ (Bb + \delta) = sin.\ Bb\ .\ sin.\ (Ab + \delta)$

oder $sin.\ Ab\ .\ sin.\ Bb\ .\ cos.\ \delta + sin.\ Ab\ .\ cos.\ Bb\ .\ sin.\ \delta$

$$= sin.\ Ab\ .\ sin.\ Bb\ .\ cos.\ \delta + cos.\ Ab\ .\ sin.\ Bb\ .\ sin.\ \delta$$

Daher ist $sin.\ \delta\ .\ (sin.\ Ab\ .\ cos.\ Bb - cos.\ Ab\ .\ sin.\ Bb) = 0$

oder $sin.\ \delta\ .\ sin.\ (Ab - Bb) = 0$

oder $sin.\ \delta\ .\ sin.\ AB = 0$.

Da aber, wie schon vorher (§. 9) bewiesen wurde, nicht $sin.\ AB = 0$ sein kann, so ist $sin.\ \delta = 0$, d. h. $\delta = 0$ oder $\delta = 180^\circ$ und daher kann AB nicht in a und b' harmonisch getheilt sein, wenn nicht b' mit b zusammenfällt oder um 180° von b entfernt ist.

§. 11.

Lehrsatz. Durch zwei Normalkreisbogen, welche in einem beliebigen sphärischen Dreiecke einen Winkel und dessen Nebenwinkel halbieren, wird die gegenüber liegende Dreiecksseite harmonisch getheilt. (Adams S. 51 Zus. 2.)

Beweis. Es ist (Fig. 12) $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$, folglich $sin.\ \alpha = sin.\ \beta$ und $sin.\ (\alpha + \beta + \gamma) = sin.\ \delta = sin.\ \gamma$, folglich

$$sin.\ \alpha : sin.\ (\alpha + \beta + \gamma) = sin.\ \beta : sin.\ \gamma.$$

Also ist der Winkel BAC harmonisch getheilt, daher mufs auch (§. 5) die Seite BC in a und b harmonisch getheilt sein.

Bevor wir zu den übrigen Sätzen über die harmonischen Proportionen übergehen, schicken wir einige Lehrsätze voraus, welche theils zu späteren Beweisen erforderlich, theils an sich wichtig genug sind, um hier erwähnt zu werden. Sie entsprechen ebenfalls ähnlichen Lehrsätzen der Planimetrie.

§. 12.

Lehrsatz. Wenn man aus den drei Winkelspitzen eines beliebigen sphärischen Dreiecks durch irgend einen Punkt innerhalb oder aufserhalb desselben Normalkreisbogen zieht, deren jeder die gegenüber liegende Dreiecksseite in zwei Abschnitte theilt, so ist das Produkt aus den *Sinus* dreier nicht an einander liegender Abschnitte gleich dem Produkte aus den *Sinus* der drei andern. (Adams S. 89.) Also nach Fig. 13:

$$sin.\ a' \,.\, sin.\ b' \,.\, sin.\ c' = sin.\ a'' \,.\, sin.\ b'' \,.\, sin.\ c''.$$

Beweis. Es gelten die Proportionen

$$\begin{aligned}
sin.\ a' &: sin.\ BD = sin.\ \alpha : sin.\ F \\
sin.\ b' &: sin.\ CD = sin.\ \beta : sin.\ G \\
sin.\ c' &: sin.\ AD = sin.\ \gamma : sin.\ E \\
sin.\ CD &: sin.\ a'' = sin.\ F : sin.\ \gamma \\
sin.\ AD &: sin.\ b'' = sin.\ G : sin.\ \alpha \\
sin.\ BD &: sin.\ c'' = sin.\ E : sin.\ \beta
\end{aligned}$$

Wenn man nun diese sechs Proportionen mit einander multiplicirt, so findet man nach Aufhebung der gleichen Glieder

$$sin.\ a' \,.\, sin.\ b' \,.\, sin.\ c' : sin.\ a'' \,.\, sin.\ b'' \,.\, sin.\ c'' = 1 : 1$$

oder $sin.\ a' \,.\, sin.\ b' \,.\, sin.\ c' = sin.\ a'' \,.\, sin.\ b'' \,.\, sin.\ c''$.

§. 13.

Lehrsatz. Wenn man die drei Seiten eines beliebigen sphärischen Dreiecks oder ihre Verlängerungen durch einen Normalkreisbogen beliebig schneidet, so wird hierdurch jede Dreiecksseite in zwei Abschnitte getheilt, und es ist auch hier das Produkt aus den *Sinus* dreier nicht an einander liegender Abschnitte gleich dem Produkte aus den *Sinus* der drei andern. (Adams S. 86.) Also nach Fig. 14:

$$sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''.$$

Beweis. Aus den Proportionen

$$sin.\ a'' : sin.\ b' = sin.\ \beta : sin.\ F$$
$$sin.\ b'' : sin.\ c' = sin.\ \alpha : sin.\ \beta$$
$$sin.\ c'' : sin.\ a' = sin.\ F : sin.\ \alpha$$

findet man durch Multiplication nach Aufhebung der gleichen Glieder

$$sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c'' : sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = 1 : 1$$

oder $sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$.

§. 14.

Umkehrung der beiden vorigen Lehrsätze.

Lehrsatz. Wenn man auf jeder Seite eines beliebigen sphärischen Dreiecks oder auf ihrer Verlängerung einen Punkt so annimmt, dafs das Produkt aus den *Sinus* dreier nicht an einander liegender Abschnitte gleich ist dem Produkte aus den *Sinus* der drei andern, so schneiden sich 1) entweder die drei aus den gegenüberliegenden Ecken nach diesen Punkten gezogenen Normalkreisbogen in einem Punkte (Adams S. 90) oder 2) diese drei Punkte liegen in einem einzigen Normalkreisbogen (Adams S. 88).

Beweis. 1. Man verbinde (Fig. 13) E mit C, und G mit B, und ziehe von A durch den Punkt D, in welchem CE und BG einander schneiden, den Normalkreisbogen AF', so ist, wenn wir die Entfernung dieses Punktes F' von dem Theilungspunkte F mit δ bezeichnen, nach §. 12:

$$sin.\ (a'+\delta) \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ (a''-\delta) \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$$

und nach unserer Voraussetzung ist auch

$$sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$$

folglich $sin.\ (a'+\delta) : sin.\ a' = sin.\ (a''-d) : sin.\ a''$, woraus ganz ebenso wie oben (§. 9) sich erweisen läfst, dafs

$$sin.\ \delta \ .\ sin.\ BC = 0 \text{ ist.}$$

Da aber BC nicht $= 180^\circ$ sein kann, denn sonst wäre ABC ein Kugelzweieck, und nicht ein sphärisches Dreieck, so mufs $\delta = 0$ oder $\delta = 180^\circ$ sein, d. h. der Bogen AD trifft die Seite BC nur im Punkte F und, was allerdings auch geschehen mufs, in dem Punkte, welcher von F um 180° entfernt ist. Folglich haben die drei Bogen AF, BG, CE einen gemeinsamen Durchschnittspunkt.

2. Wenn aber (Fig. 14) der Bogen DE die Seite BC nicht in F, sondern in F' schnitte, so wäre nach §. 13, wenn $FF' = \delta$ ist,

$$\sin.(a'+\delta) \,.\, \sin.\,b' \,.\, \sin.\,c' = \sin.(a''+\delta) \,.\, \sin.\,b'' \,.\, \sin.\,c''$$

und nach unserer Voraussetzung ist auch

$$\sin.\,a' \,.\, \sin.\,b' \,.\, \sin.\,c' = \sin.\,a'' \,.\, \sin.\,b'' \,.\, \sin.\,c''$$

folglich $\sin.(a'+\delta) : \sin.\,a' = \sin.(a''+\delta) : \sin.\,a''$

woraus ebenso wie oben (§. 10) sich ergiebt, dafs $\sin.\,\delta \,.\, \sin.\,BC = 0$ und daher $\delta = 0$ oder $\delta = 180^\circ$ sein mufs, d. h. dafs DE die Seite AC einmal in F selbst und noch einmal in einem von F um 180° entfernten Punkte schneidet. Folglich liegen die drei Punkte E, D, F in einem einzigen Normalkreisbogen.

Anmerkung. Welcher von diesen beiden Fällen eintritt, erkennt man aus der Anzahl der Punkte, welche auf den Seiten selbst oder auf den Verlängerungen der Seiten liegen. 1) Ist die Anzahl der Punkte, die auf den Seiten selbst liegen, ungerade, (1 oder 3), so haben jene drei Bogen, die man von den Ecken aus nach den Theilungspunkten zieht, einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt. 2) Wenn aber die Anzahl der Punkte, die auf den Verlängerungen liegen, ungerade ist, so liegen die drei Theilungspunkte in einem einzigen Normalkreisbogen.

§. 15.

Lehrsatz. Wenn man aus den drei Winkelspitzen eines beliebigen sphärischen Dreiecks durch irgend einen Punkt innerhalb oder aufserhalb desselben Normalkreisbogen zieht, deren jeder einen Dreieckswinkel in zwei Abschnitte theilt, so ist das Produkt aus den *Sinus* dreier gleichgelegener Winkelabschnitte gleich dem Produkte aus den *Sinus* der drei andern. Also nach Fig. 13:

$$\sin.\,A' \,.\, \sin.\,B' \,.\, \sin.\,C' = \sin.\,A'' \,.\, \sin.\,B'' \,.\, \sin.\,C''.$$

Beweis. Aus den Proportionen

$$\sin.\,A' : \sin.\,a' = \sin.\,F : \sin.\,AB$$

und $\sin.\,A'' : \sin.\,a'' = \sin.\,F : \sin.\,AC$

folgt $\sin.\,A' = \dfrac{\sin.\,a' \,.\, \sin.\,F}{\sin.\,AB}$

und $\sin.\,A'' = \dfrac{\sin.\,a'' \,.\, \sin.\,F}{\sin.\,AC}$

folglich $\sin.\,A' : \sin.\,A'' = \dfrac{\sin.\,a'}{\sin.\,AB} : \dfrac{\sin.\,a''}{\sin.\,AC}$

oder $\sin.\,A' : \sin.\,A'' = \sin.\,a' \,.\, \sin.\,AC : \sin.\,a'' \,.\, \sin.\,AB$

ebenso $\sin.\,B' : \sin.\,B'' = \sin.\,b' \,.\, \sin.\,AB : \sin.\,b'' \,.\, \sin.\,BC$

und $\sin.\,C' : \sin.\,C'' = \sin.\,c' \,.\, \sin.\,BC : \sin.\,c'' \,.\, \sin.\,AC.$

Hieraus findet man durch Multiplication nach Aufhebung der gleichen Glieder

$$\sin.\,A' \,.\, \sin.\,B' \,.\, \sin.\,C' : \sin.\,A'' \,.\, \sin.\,B'' \,.\, \sin.\,C''$$
$$= \sin.\,a' \,.\, \sin.\,b' \,.\, \sin.\,c' : \sin.\,a'' \,.\, \sin.\,b'' \,.\, \sin.\,c''.$$

Da aber die drei Normalkreisbogen *AF*, *BG*, *CE* durch den Punkt *D* gezogen wurden, so ist (§. 12)

$$sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$$

folglich auch $sin.\ A' \ .\ sin.\ B' \ .\ sin.\ C' = sin.\ A'' \ .\ sin.\ B'' \ .\ sin.\ C''$

und der Satz erwiesen.

§. 16.

Umkehrung des vorigen Lehrsatzes.

Lehrsatz. Wenn man jeden der drei Winkel eines sphärischen Dreiecks in zwei Theile theilt, so dafs das Produkt aus den *Sinus* dreier gleich gelegener Winkelabschnitte gleich ist dem Produkte aus den *Sinus* der drei andern, so haben die drei Normalkreisbogen, welche die Winkel theilen, einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt.

Beweis. Aus der schon in §. 15 erwiesenen Proportion

$$sin.\ A' \ .\ sin.\ B' \ .\ sin.\ C' : sin.\ A'' \ .\ sin.\ B'' \ .\ sin.\ C'' = sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' : sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c'',$$

die auch jetzt ihre volle Richtigkeit hat, folgt, da nach der Annahme

$$sin.\ A' \ .\ sin.\ B' \ .\ sin.\ C' = sin.\ A'' \ .\ sin.\ B'' \ .\ sin.\ C'' \text{ ist,}$$

dafs auch $sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$

sein mufs, woraus (nach §. 14, 1.) folgt, dafs die drei Normalkreisbogen *AF*, *BG*, *CE* sich in einem einzigen Punkte schneiden.

§. 17.

Lehrsatz. Wenn man von einem beliebigen Punkte innerhalb oder aufserhalb eines sphärischen Dreiecks auf alle Seiten senkrechte Normalkreisbogen zieht, so ist das Produkt aus den *Cosinus* dreier nicht an einander liegender Abschnitte gleich dem Produkte aus den *Cosinus* der drei andern. (Adams S. 123.)

Also nach Fig. 15:

$$cos.\ a' \ .\ cos.\ b' \ .\ cos.\ c' = cos.\ a'' \ .\ cos.\ b'' \ .\ cos.\ c''.$$

Beweis.

Es ist
$$\begin{aligned}
cos.\ a' \ .\ cos.\ DE &= cos.\ BD = cos.\ c'' \ .\ cos.\ DG \\
cos.\ b' \ .\ cos.\ DF &= cos.\ CD = cos.\ a'' \ .\ cos.\ DE \\
cos.\ c' \ .\ cos.\ DG &= cos.\ AD = cos.\ b'' \ .\ cos.\ DF \\
\hline
\end{aligned}$$

folglich $cos.\ a' \ .\ cos.\ b' \ .\ cos.\ c' = cos.\ a'' \ .\ cos.\ b'' \ .\ cos.\ c''.$

§. 18.

Umkehrung des vorigen Lehrsatzes.

Lehrsatz. Wenn man jede Seite eines beliebigen sphärischen Dreiecks in zwei Abschnitte theilt, so dafs das Produkt aus den *Cosinus* dreier nicht an einander liegender Abschnitte gleich ist dem Produkte aus den *Cosinus* der drei andern, und man errichtet in jedem Theilungspunkte einen senkrechten Normalkreisbogen, so haben diese drei einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt. (Adams S. 124.)

Beweis. Man errichte (Fig. 15) zunächst Perpendikel in F und G und fälle von ihrem Durchschnittspunkte D das Perpendikel DE', so ist nach §. 17, wenn man EE' mit δ bezeichnet,

$$cos.\ (a' + \delta)\ .\ cos.\ b'\ .\ cos.\ c' = cos.\ (a'' - \delta)\ .\ cos.\ b''\ .\ cos.\ c''$$

und nach unserer Voraussetzung ist auch

$$cos.\ a'\ .\ cos.\ b'\ .\ cos.\ c' = cos.\ a''\ .\ cos.\ b''\ .\ cos.\ c''$$

folglich $cos.\ (a' + \delta) : cos.\ a' = cos.\ (a'' - \delta) : cos.\ a''$

oder $cos.\ (a' + \delta)\ .\ cos.\ a'' = cos.\ a'\ .\ cos.\ (a'' - \delta)$, woraus (nach der Analogie der Beweise in §. 9 und §. 10) sich ergiebt, dafs $sin.\ \delta\ .\ sin.\ BC = 0$ sein mufs. So lange aber ABC ein sphärisches Dreieck sein soll, kann nicht $sin.\ BC = 0$ sein, daher ist $sin.\ \delta = 0$, folglich $\delta = 0$ oder $\delta = 180°$, d. h. das von D aus auf die Seite BC gefällte Perpendikel trifft BC in E und zugleich in einem von E um 180° entfernten Punkte, was gleichfalls seine Richtigkeit hat. Daher schneiden sich die drei in E, F, G auf den Dreiecksseiten errichteten Perpendikel in einem Punkte.

§. 19.

Aus den so eben (§. 12—18) erwiesenen Lehrsätzen, welche alle ohne Ausnahme den dabei citirten planimetrischen Lehrsätzen genau entsprechen, lassen sich auch für die sphärische Trigonometrie interessante Folgerungen herleiten, von denen wir nur diejenigen kurz erwähnen wollen, welche sich auf die sogenannten ausgezeichneten Punkte des Dreiecks beziehen:

1. Die drei Normalkreisbogen, welche die Ecken eines sphärischen Dreiecks mit den Halbierungspunkten der gegenüber liegenden Seiten verbinden, schneiden sich in einem Punkte, dem sogenannten Schwerpunkte des Dreiecks.

Beweis folgt aus §. 14, 1.

2. Die drei Normalkreisbogen, welche auf den Seiten eines sphärischen Dreiecks in deren Halbierungspunkten senkrecht stehen, schneiden sich in einem Punkte, dem Mittelpunkte des umgeschriebenen Kreises.

Beweis folgt aus §. 18.

Dafs aber dann der Punkt D (Fig. 16) gleiche Entfernung von den Ecken des Dreiecks ABC haben mufs, sobald $AG = BG$, $BE = CE$, $AF = CF$ ist, folgt daraus, dafs dann offenbar $cos.\ AD = cos.\ BD = cos.\ CD$ ist. Wären die *Sinus* dieser Bogen gleich, so könnte man hieraus nicht auf die Gleichheit der Bogen schliefsen, denn es könnte dann auch ein Bogen das Supplement eines andern sein, aber aus Gleichheit der *Cosinus* folgt unzweifelhaft die Gleichheit der Bogen.

3. Die drei Normalkreisbogen, welche die drei Winkel eines sphärischen Dreiecks halbieren, schneiden sich in einem Punkte, dem Mittelpunkte des eingeschriebenen Kreises.

Beweis folgt aus §. 16.

Dafs aber der Durchschnittspunkt D (Fig. 17) gleiche Entfernung von den Seiten des Dreiecks ABC hat, läfst sich erweisen, wenn man von D aus auf alle Seiten senkrechte Normalkreisbogen DH, DM, DK fällt, denn dann

$$\sin. DK : \sin. AD = \sin. \frac{A}{2} : 1$$

$$\sin. DM : \sin. AD = \sin. \frac{A}{2} : 1$$

folglich $\sin. DK = \sin. DM$ und auch $= \sin. DH$, wie man ganz auf dieselbe Art erweist.

Hieraus darf man zwar noch nicht unmittelbar schliefsen, dafs auch $DH = DK = DM$ sein mufs. Wenn man aber zwischen den Schenkeln eines Winkels einen Normalkreisbogen zieht, der auf einem der beiden Schenkel senkrecht steht, so erreicht er sein Maximum an der Stelle, wo er vom Scheitel des Winkels um 90° entfernt ist, und dann dient er zugleich als Maafs für den Winkel selbst. Da nun $B\hat{A}C < 180°$ ist, so ist $B\hat{A}E < 90°$, folglich unter allen Umständen $DM < 90°$. Aus denselben Gründen aber folgt, dafs auch $DH < 90°$ und $DK < 90°$ ist. Daher kann keiner dieser drei Bogen das Supplement eines andern derselben sein, und folglich kann man daraus, dafs

$$\sin. DH = \sin. DK = \sin. DM \text{ ist,}$$

nun mit Recht schliefsen, dafs auch

$$DH = DK = DM \text{ sein mufs,}$$

d. h. dafs der Punkt D der Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises ist.

4. Die drei Normalkreisbogen, welche man von den drei Ecken eines sphärischen Dreiecks auf die gegenüber liegenden Seiten senkrecht zieht, schneiden sich in einem Punkte. (Vergl. die Anmerkung.)

Beweis. In den rechtwinkeligen Dreiecken ABD und ACD (Fig. 18) ist nach der Neper'schen Regel

$$\sin. a' = tg. AD \,.\, cotg. B$$

$$\text{und } \sin. a'' = tg. AD \,.\, cotg. C$$

$$\text{folglich } \sin. a' : \sin. a'' = cotg. B : cotg. C$$

$$\text{ebenso } \sin. b' : \sin. b'' = cotg. C : cotg. A$$

$$\text{und } \sin. c' : \sin. c'' = cotg. A : cotg. B.$$

Hieraus folgt durch Multiplication nach Aufhebung der gleichen Glieder

$$sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' \ :\ sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c'' = 1 : 1$$

oder $sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$

und hieraus (nach §. 14, 1.), dafs AD, BE, CF sich in einem einzigen Punkte schneiden.

Anmerkung. Dafs dieser Satz, trotz des so eben geführten Beweises, nicht immer richtig, sondern einer gewissen Beschränkung unterworfen ist, leuchtet sofort ein. Denn wenn jede Seite des Dreiecks $= 90^\circ$ wäre, so würde jede Ecke der Pol der gegenüber liegenden Seite sein, und man könnte dann von jeder Ecke aus unzählig viele senkrechte Normalkreisbogen nach der gegenüber liegenden Seite ziehen. In diesem Falle also erleidet der obige Satz eine Ausnahme.

Wie aber verträgt sich dies mit dem obigen Beweise? — Man bedenke, dafs in einem solchen Dreiecke

$$cotg.\ A = cotg.\ B = cotg.\ C = 0$$

sein würde, und dafs das Verhältnifs $0 : 0$ unbestimmt, und nicht jederzeit $= 1$ ist, und dafs man aus den drei obigen Proportionen finden würde

$$sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' \ :\ sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c'' = 0 : 0$$

woraus keineswegs geschlossen werden darf, dafs

$$sin.\ a' \ .\ sin.\ b' \ .\ sin.\ c' = sin.\ a'' \ .\ sin.\ b'' \ .\ sin.\ c''$$

sein müfste.

Kehren wir nun zu den harmonischen Proportionen zurück.

§. 20.

Lehrsatz. Wenn man von jeder Ecke eines beliebigen sphärischen Dreiecks durch einen beliebigen Punkt einen Normalkreisbogen nach der gegenüber liegenden Seite zieht, die Endpunkte zweier mit einander verbindet, und diese Verbindende so weit verlängert, bis sie die dritte Dreiecksseite schneidet, so wird diese harmonisch getheilt.

Beweis. Es ist (Fig. 19):

$$sin.\ AE \ .\ sin.\ CF \ .\ sin.\ BD = sin.\ AD \ .\ sin.\ BF \ .\ sin.\ CE \quad (§.\ 12)$$
$$sin.\ AE \ .\ sin.\ CG \ .\ sin.\ BD = sin.\ AD \ .\ sin.\ BG \ .\ sin.\ CE \quad (§.\ 13)$$

folglich $sin.\ CF : sin.\ CG = sin.\ BF : sin.\ BG$

also ist BC in F und G harmonisch getheilt.

Anmerkung 1. Wenn man den Bogen DE über E hinaus verlängert, bis er BC in G' schneidet, so wird BC auch in F und G' harmonisch getheilt.

Anmerkung 2. Auch der Bogen DE wird sowohl in M und G, als auch in M und G' harmonisch getheilt (§. 6).

Anmerkung 3. Daher kann man FE, FM, FD, FG als Harmonikalen ansehen, woraus dann folgt, dafs auch BK in E und N harmonisch getheilt ist (§. 6). Ebenso ist dann auch AK in M und F, und CK in H und D harmonisch getheilt.

§. 21.

Auch mit Hülfe dieses Lehrsatzes kann man leicht die schon oben (§. 8) erwähnte Aufgabe lösen:

Zu drei auf einem Normalkreisbogen gegebenen Punkten den vierten harmonischen Punkt zu finden.

Auflösung. Wäre auf dem Bogen AB (Fig. 20) der Punkt a gegeben, so verbinde man den beliebigen Punkt C mit A und B, ziehe aD willkürlich, verbinde A mit D, und B mit E, und ziehe dann von C durch F, wo AD und BE einander schneiden, den Bogen Cb, so ist b der gesuchte Punkt (§. 20).

Wäre dagegen auf AB der Punkt b gegeben, so verbinde man den beliebigen Punkt C mit A, B, b, nehme F auf Cb willkürlich an, ziehe durch F die Bogen AD und BE, so schneidet der Bogen, welcher D mit E verbindet, AB in dem gesuchten Punkte a (§. 20).

Zusatz 1. Wenn man (Fig. 21) von einem beliebigen Punkte a auf der Verlängerung einer Seite eines sphärischen Dreiecks mehrere Normalkreisbogen zieht, welche die beiden andern Dreiecksseiten schneiden, so liegen alle die Punkte F, F', F'' u. s. w., in welchen AD und BE, AD' und BE', AD'' und BE'' einander schneiden, mit dem Punkte C in einem einzigen Normalkreisbogen, weil die Bogen CF, CF', CF'' u. s. w. alle durch denselben Punkt b gehen müssen (§. 9).

Zusatz 2. Wenn man (Fig. 21) von einer Ecke eines sphärischen Dreiecks nach der gegenüber liegenden Seite einen beliebigen Normalkreisbogen zieht, auf demselben beliebige Punkte F, F', F'' u. s. w. annimmt und mit den beiden andern Ecken des Dreiecks verbindet, und durch je zwei Punkte, in denen die beiden andern Dreiecksseiten hierdurch geschnitten werden, einen Normalkreisbogen legt, so schneiden diese alle die erste Dreiecksseite in einem Punkte a (§. 10).

§. 22.

Lehrsatz. Wenn man von den Ecken eines beliebigen sphärischen Dreiecks durch einen beliebigen Punkt Normalkreisbogen nach den gegenüber liegenden Seiten zieht, je zwei Endpunkte derselben verbindet, und jede dieser Verbindenden so weit verlängert, bis sie die dritte Dreiecksseite zweimal schneidet, so liegen diese sechs Durchschnittspunkte in der Peripherie eines einzigen Normalkreises (Fig. 22).

Beweis. Die Seite BC ist in a und a' oder in a und a'', ebenso AC in b und b' oder in b und b'', und auch AB in c und c' oder in c und c'' harmonisch getheilt (§. 20), folglich

$$\sin. Ba : \sin. Ba' = \sin. Ca : \sin. Ca'$$
$$\sin. Cb : \sin. Cb' = \sin. Ab : \sin. Ab'$$
$$\sin. Ac : \sin. Ac'' = \sin. Bc : \sin. Bc''$$

Wenn man nun diese Proportionen mit einander multiplicirt, und bedenkt, dafs

$$sin.\ Ba\ .\ sin.\ Cb\ .\ sin.\ Ac = sin.\ Ca\ .\ sin.\ Ab\ .\ sin.\ Bc \text{ (§. 12) ist,}$$

so ist $sin.\ Ba'\ .\ sin.\ Cb'\ .\ sin.\ Ac'' = sin.\ Ca'\ .\ sin.\ Ab'\ .\ sin.\ Bc''$,

folglich liegen die drei Punkte a', c'', b' in einem einzigen Normalkreisbogen (§. 14, 2.). Derselbe Beweis wird für je drei andere auf einander folgende Punkte $c''\ b'\ a''$, $b'\ a''\ c'$, $a''\ c'\ b''$; $c'\ b''\ a'$, $b''\ a'\ c''$ ganz ebenso geführt (Adams S. 93), woraus also folgt, dafs alle sechs Punkte $a'\ c''\ b'\ a''\ c'\ b''$ in der Peripherie eines einzigen Normalkreisbogens liegen.

§. 23.

Lehrsatz. Wenn man die drei Seiten eines beliebigen sphärischen Dreiecks, oder auch deren Verlängerungen, durch einen beliebigen Normalkreisbogen schneidet, und zu den drei Durchschnittspunkten E, D, F (Fig. 23) und den betreffenden Eckpunkten des Dreiecks die vierten harmonischen Punkte H, K, G sucht (nach §. 21), so schneiden sich die drei Normalkreisbogen CH, BK, AG, welche diese drei Punkte mit den gegenüber liegenden Ecken des Dreiecks verbinden, in einem einzigen Punkte M. (Adams S. 91.)

Beweis. Nach der Voraussetzung ist

$$sin.\ AE\ .\ sin.\ BH = sin.\ BE\ .\ sin.\ AH$$

$$\text{und } sin.\ CD\ .\ sin.\ AK = sin.\ AD\ .\ sin.\ CK$$

ferner nach §. 12 $sin.\ AD\ .\ sin.\ BE\ .\ sin.\ CG = sin.\ AE\ .\ sin.\ CD\ .\ sin.\ BG$

Hieraus findet man durch Multiplication nach Aufhebung der gleichen Glieder

$$sin.\ BH\ .\ sin.\ AK\ .\ sin.\ CG = sin.\ AH\ .\ sin.\ CK\ .\ sin.\ BG$$

folglich haben die drei Bogen AG, BK, CH (nach §. 14, 1.) einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt.

§. 24.

Wenn man eine gerade Linie AB (Fig. 24), welche in a und b harmonisch getheilt ist, in M halbiert, so ist bekanntlich

1) $Ma\ .\ Mb = AM^2$. (Adams S. 14.)

2) $\frac{Ma}{Mb} = \frac{Ba^2}{Bb^2}$. (Adams S. 15.)

Auch für diese beiden Sätze giebt es ganz analoge Lehrsätze in der sphärischen Trigonometrie.

1) Es sei (Fig. 25) der Bogen AB in a und b harmonisch getheilt, und in M halbiert, so ist

$$sin.\ Aa : sin.\ Ab = sin.\ Ba : sin.\ Bb$$

oder wenn man AM mit m, Ma mit α, Mb mit β bezeichnet,

$$sin.\ (m+\alpha) : sin.\ (m+\beta) = sin.\ (m-\alpha) : sin.\ (\beta-m)$$

$$sin.\ (m+\alpha)\ .\ sin.\ (\beta-m) = sin.\ (m+\beta)\ .\ sin.\ (m-\alpha)$$

$$(\sin. m . \cos. \alpha + \cos. m . \sin. \alpha)(\sin. \beta . \cos. m - \cos. \beta . \sin. m)$$
$$= (\sin. m . \cos. \beta + \cos. m . \sin. \beta)(\sin. m . \cos. \alpha - \cos. m . \sin. \alpha)$$

Führt man diese Multiplication aus, so ist

$$\sin. m . \cos. \alpha . \sin. \beta . \cos. m + \cos.^2 m . \sin. \alpha . \sin. \beta - \sin.^2 m . \cos. \alpha . \cos. \beta - \cos. m . \sin. \alpha . \cos. \beta . \sin. m$$
$$= \sin.^2 m . \cos. \alpha . \cos. \beta + \cos. m . \sin. \beta . \sin. m . \cos. \alpha - \sin. m . \cos. \beta . \cos. m . \sin. \alpha - \cos.^2 m . \sin. \alpha . \sin. \beta$$

oder nach Weglassung der gleichen Glieder

$$\cos.^2 m . \sin. \alpha . \sin. \beta - \sin.^2 m . \cos. \alpha . \cos. \beta = \sin.^2 m . \cos. \alpha . \cos. \beta - \cos.^2 m . \sin. \alpha . \sin. \beta$$

oder $2 \cos.^2 m . \sin. \alpha . \sin. \beta = 2 \sin.^2 m . \cos. \alpha . \cos. \beta$

und wenn man diese Gleichung durch $2 \cos.^2 m . \cos. \alpha . \cos. \beta$ dividirt, so ist

$$tg. \alpha . tg. \beta = tg.^2 m$$

oder $tg. Ma . tg. Mb = tg.^2 AM$, dem obigen planimetrischen Satze ganz entsprechend.

2) Behalten wir dieselbe Bezeichnung bei, so

$$tg. \alpha : tg. \beta = (tg. m - tg. \alpha)^2 : (tg. \beta - tg. m)^2,$$

wovon man sich durch die Multiplication der innern und äufsern Glieder überzeugt, denn

$$tg. \alpha . (tg.^2 \beta - 2 . tg. \beta . tg. m + tg.^2 m) = tg. \beta . (tg.^2 m - 2 . tg. m . tg. \alpha + tg.^2 \alpha)$$

oder $tg. \alpha . tg.^2 \beta - 2 . tg. \alpha . tg. \beta . tg. m + tg. \alpha . tg.^2 m = tg. \beta . tg.^2 m - 2 . tg. \beta . tg. m . tg. \alpha + tg.^2 \alpha . tg. \beta.$

Zieht man nämlich auf beiden Seiten

$$- 2 . tg. \alpha . tg. \beta . tg. m \text{ ab,}$$

so findet man

$$tg. \alpha . tg.^2 \beta + tg. \alpha . tg.^2 m = tg. \beta . tg.^2 m + tg.^2 \alpha . tg. \beta$$

oder $tg. \alpha . tg. \beta . (tg. \beta - tg. \alpha) = tg.^2 m . (tg. \beta - tg. \alpha)$

was unverkennbar richtig ist nach dem schon geführten Beweise. Daher ist also die Proportion richtig

$$tg. \alpha : tg. \beta = (tg. m - tg. \alpha)^2 : (tg. \beta - tg. m)^2$$

Nun aber ist $tg. m - tg. \alpha = \frac{\sin. (m - \alpha)}{\cos. m . \cos. \alpha}$

und $tg \beta. - tg. m = \frac{\sin. (\beta - m)}{\cos. \beta . \cos. m}$

folglich $\frac{\sin. \alpha}{\cos. \alpha} : \frac{\sin. \beta}{\cos. \beta} = \frac{\sin.^2 (m - \alpha)}{\cos.^2 m . \cos.^2 \alpha} : \frac{\sin.^2 (\beta - m)}{\cos.^2 \beta . \cos.^2 m}$

und hieraus durch Multiplication

$$2 \,.\, sin.\, \alpha \,.\, cos.\, \alpha : 2 \,.\, sin.\, \beta \,.\, cos.\, \beta = sin.^2\,(m-\alpha) : sin.^2\,(\beta - m)$$
$$\text{oder } sin.\, 2\alpha : sin.\, 2\beta = sin.^2\,(m-\alpha) : sin.^2\,(\beta-m)$$
$$\text{oder } sin.\, 2Ma : sin.\, 2Mb = sin.^2\, Ba : sin.^2\, Bb$$
oder $\frac{sin.\, 2Ma}{sin.\, 2Mb} = \frac{sin.^2\, Ba}{sin.^2\, Bb}$, eine Gleichung, welche genau dem obigen Satze entspricht.

§. 25.

Wenn eine gerade Linie AB (Fig. 24) in a und b harmonisch getheilt ist, so ist

1) $\frac{1}{Aa} + \frac{1}{Ab} = \frac{2}{AB}$. (Adams S. 10.)

2) $\frac{1}{Ba} - \frac{1}{Bb} = \frac{2}{AB}$. (Adams S. 11.)

Auch hierfür giebt es ganz analoge Ausdrücke auf der Kugel.

Denn nach der obigen Bezeichnung ist (Fig. 25)

$$\frac{1}{tg.\, m + tg.\, \alpha} + \frac{1}{tg.\, m + tg.\, \beta} = \frac{1}{tg.\, m},$$

wovon man sich durch die Ausführung der Rechnung sofort überzeugt, denn es ist dann

$$tg.\, m \,.\, (tg.\, m + tg.\, \beta) + tg.\, m \,.\, (tg. m + tg.\, \alpha) = (tg.\, m + tg.\, \alpha)\,(tg.\, m + tg.\, \beta)$$
$$\text{oder } tg.^2 m + tg. m \,.\, tg. \beta + tg.^2 m + tg. m \,.\, tg. \alpha = tg.^2 m + tg. m \,.\, tg. \beta + tg. m \,.\, tg. \alpha + tg.\, \alpha \,.\, tg.\, \beta$$

was unverkennbar richtig ist, da $tg.^2\, m = tg.\, \alpha \,.\, tg.\, \beta$, wie schon erwiesen, und alle übrigen Glieder identisch sind. Da aber

$$tg.\, m + tg.\, \alpha = \frac{sin.\, (m+\alpha)}{cos.\, m \,.\, cos.\, \alpha}$$

und $tg.\, m + tg.\, \beta = \frac{sin.\, (m+\beta)}{cos.\, m \,.\, cos.\, \beta}$ ist, so geht die Gleichung

$$\frac{1}{tg.\, m + tg.\, \alpha} + \frac{1}{tg.\, m + tg.\, \beta} = \frac{1}{tg.\, m}$$ in folgende über:

$$\frac{cos.\, m \,.\, cos.\, \alpha}{sin.\, (m+\alpha)} + \frac{cos.\, m \,.\, cos.\, \beta}{sin.\, (m+\beta)} = \frac{cos.\, m}{sin.\, m}$$
$$\text{oder } \frac{cos.\, \alpha}{sin.\, (m+\alpha)} + \frac{cos.\, \beta}{sin.\, (m+\beta)} = \frac{2\, cos.\, m}{2\, sin.\, m \,.\, cos.\, m} = \frac{2\, cos.\, m}{sin.\, 2\, m}$$
$$\text{oder } \frac{cos.\, \alpha}{sin.\, Aa} + \frac{cos.\, \beta}{sin.\, Ab} = \frac{2\, cos.\, m}{sin.\, AB}$$

Diese Gleichung entspricht genau dem obigen Satze, und geht auch in denselben über, wenn man den Halbmesser der Kugel $= \infty$ annimmt, da in diesem Falle jeder *Cosinus* $= 1$ werden würde. Ebenso ist

$$\frac{1}{tg.\, m - tg.\, \alpha} - \frac{1}{tg.\, \beta - tg.\, m} = \frac{1}{tg.\, m}$$

wovon man sich genau auf dieselbe Art wie vorher durch die Ausrechnung überzeugt. Setzt man nun dafür wie vorher

$$\frac{cos.\ m\ .\ cos.\ \alpha}{sin.\ (m-\alpha)} - \frac{cos.\ \beta\ .\ cos.\ m}{sin.\ (\beta-m)} = \frac{cos.\ m}{sin.\ m},$$

so ist $\frac{cos.\ \alpha}{sin.\ (m-\alpha)} - \frac{cos.\ \beta}{sin.\ (\beta-m)} = \frac{2\ cos.\ m}{2\ sin. m\ .\ cos.\ m} = \frac{2\ cos.\ m}{sin.\ 2\ m}$

oder $\frac{cos.\ \alpha}{sin.\ Ba} - \frac{cos.\ \beta}{sin.\ Bb} = \frac{2\ cos.\ m}{sin.\ AB}$,

dem obigen Satze genau entsprechend.

Zusatz. Aus diesen beiden Gleichungen folgt, dafs

$$\frac{cos.\ \alpha}{sin.\ Aa} + \frac{cos.\ \beta}{sin.\ Ab} = \frac{cos.\ \alpha}{sin.\ Ba} - \frac{cos.\ \beta}{sin.\ Bb} \text{ ist,}$$

oder $\frac{cos.\ \alpha}{sin.\ Ba} = \frac{cos.\ \alpha}{sin.\ Aa} + \frac{cos.\ \beta}{sin.\ Ab} + \frac{cos.\ \beta}{sin.\ Bb}$

entsprechend dem Satze bei Adams S. 13.

§. 26.

Lehrsatz. Wenn man einen Bogen harmonisch theilt, so ist das Produkt aus den *Cosinus* der Bogen zwischen je zwei zugeordneten harmonischen Punkten gleich dem *Cosinus* der Summe der beiden äufsern Abschnitte. (Adams S. 8.) Also nach Fig. 25:

$$cos.\ AB\ .\ cos.\ ab = cos.\ (Aa + Bb).$$

Beweis. Nach der vorher eingeführten Bezeichnung ist zu erweisen, dafs

$cos.\ 2m\ .\ cos.\ (\beta-\alpha) = cos.\ (m+\alpha+\beta-m)$ ist,

oder $(cos.^2\ m - sin.^2\ m)\ (cos.\ \alpha\ .\ cos.\ \beta + sin.\ \alpha\ .\ sin.\ \beta) = cos.\ (m+\alpha)\ .\ cos.\ (\beta-m)$
$- sin.\ (m+\alpha)\ .\ sin.\ (\beta-m)$

oder $cos.^2\ m\ .\ cos.\ \alpha\ .\ cos.\ \beta - sin.^2\ m\ .\ cos.\ \alpha\ .\ cos.\ \beta + cos.^2\ m\ .\ sin.\ \alpha\ .\ sin.\ \beta$
$- sin.^2\ m\ .\ sin.\ \alpha\ .\ sin.\ \beta$

$= (cos.\ m\ .\ cos.\ \alpha - sin.\ m\ .\ sin.\ \alpha)\ (cos.\ \beta\ .\ cos.\ m + sin.\ \beta\ .\ sin.\ m)$
$- (sin. m\ .\ cos. \alpha + cos. m\ .\ sin. \alpha)\ (sin. \beta\ .\ cos. m - cos. \beta\ .\ sin. m)$

$= cos.^2\ m\ .\ cos. \alpha\ .\ cos. \beta - sin. m\ .\ sin. \alpha\ .\ cos. \beta\ .\ cos. m + cos. m\ .\ cos. \alpha\ .\ sin. \beta\ .\ sin. m$
$- sin.^2\ m\ .\ sin. \alpha\ .\ sin. \beta - sin. m\ .\ cos. \alpha\ .\ sin. \beta\ .\ cos. m - cos.^2\ m\ .\ sin. \alpha\ .\ sin. \beta$
$+ sin.^2\ m\ .\ cos. \alpha\ .\ cos. \beta + cos. m\ .\ sin. \alpha\ .\ cos. \beta\ .\ sin. m$

Hebt man nun, so weit dies geht, die Glieder gegen einander auf, so bleibt

$- sin.^2\ m\ .\ cos.\ \alpha\ .\ cos.\ \beta + cos.^2\ m\ .\ sin.\ \alpha\ .\ sin.\ \beta = - cos.^2\ m\ .\ sin.\ \alpha\ .\ sin.\ \beta$
$+ sin.^2\ m\ .\ cos.\ \alpha\ .\ cos.\ \beta$

oder $2\ cos.^2\ m\ .\ sin.\ \alpha\ .\ sin.\ \beta = 2\ sin.^2\ m\ .\ cos.\ \alpha\ .\ cos.\ \beta$

oder $tg.\ \alpha\ .\ tg.\ \beta = tg.^2\ m.$

Da aber diese Gleichung richtig ist (§. 24, 1.), so mufs auch die richtig sein, von der wir ausgingen, also $cos.\ AB\ .\ cos.\ ab = cos.\ (Aa+Bb.)$

§. 27.

Lehrsatz. Wenn man einen Bogen harmonisch theilt, so ist das Produkt aus den *Sinus* der Bogen zwischen je zwei zugeordneten Punkten gleich dem doppelten Produkte aus den *Sinus* der Bogen zwischen je zwei nicht zugeordneten Punkten. (Adams S. 7.) Also nach Fig. 25:

$$\sin. AB \,.\, \sin. ab = 2 \,.\, \sin. Ab \,.\, \sin. Ba = 2 \,.\, \sin. Aa \,.\, \sin. Bb.$$

Beweis.

Nach §. 26 ist $\cos. AB \,.\, \cos. ab = \cos. (Aa + Bb)$ oder da $Aa + Bb = Ab - Ba$ ist,

$$\cos. AB \cos. ab = \cos. (Ab - Ba)$$
$$= \cos. Ab \,.\, \cos. Ba + \sin. Ab \,.\, \sin. Ba$$

Ferner ist $AB + ab = Ab + Ba$, also auch

$$\cos. (AB + ab) = \cos. (Ab + Ba) \text{ oder}$$

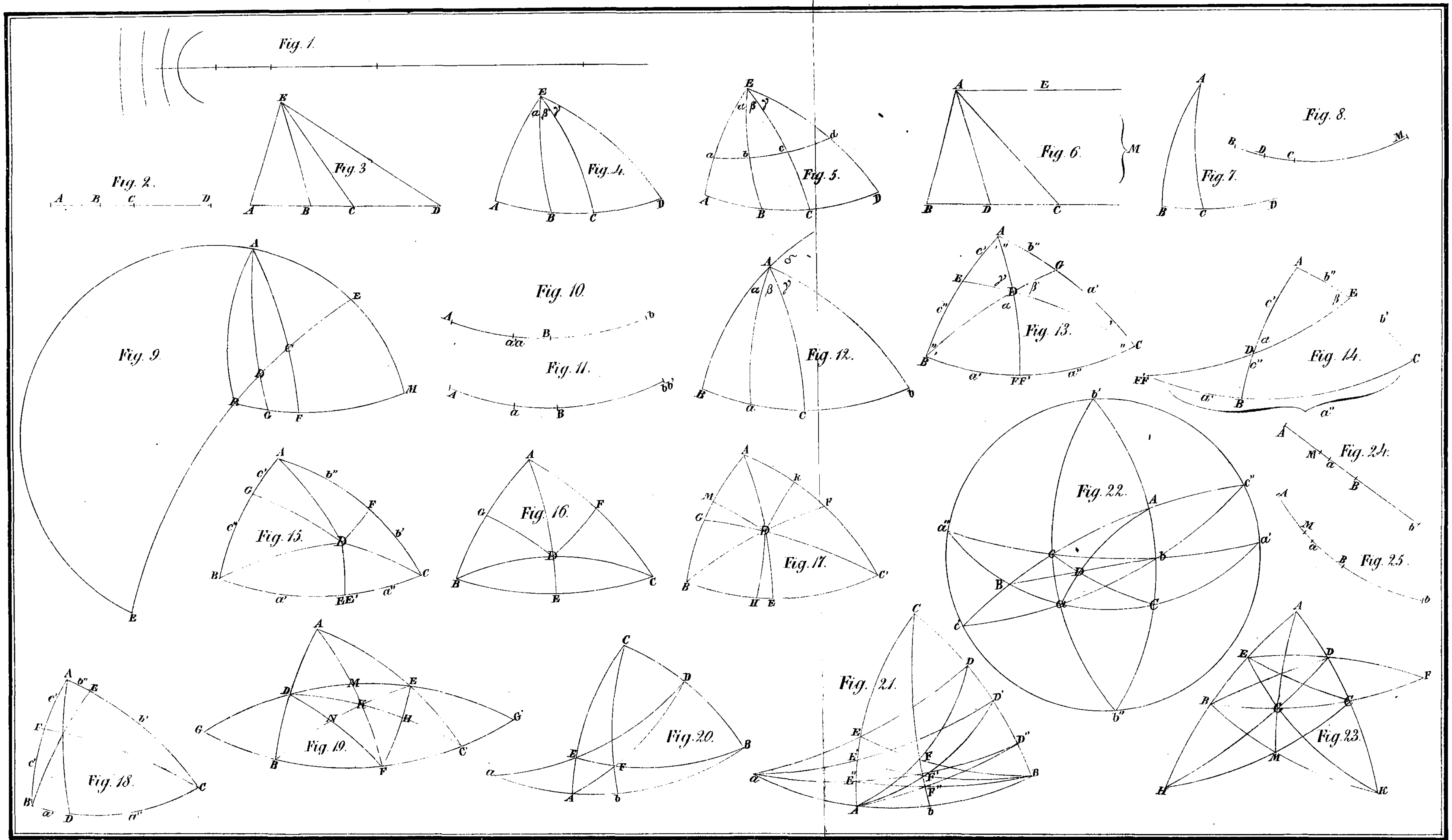
$$\cos. AB \,.\, \cos. ab - \sin. AB \,.\, \sin. ab = \cos. Ab \,.\, \cos. Ba - \sin. Ab \,.\, \sin. Ba.$$

Zieht man diese letzte Gleichung von der obigen ab, so ist

$$\sin. AB \,.\, \sin. ab = 2 \,.\, \sin. Ab \,.\, \sin. Ba$$
$$= 2 \,.\, \sin. Aa \,.\, \sin. Bb.$$

Aus diesen Beispielen geht schon deutlich genug hervor, dafs die Versuche, für bekannte planimetrische Sätze die entsprechenden Lehrsätze auf der Oberfläche der Kugel aufzusuchen, nicht ohne Erfolg sind, und man erkennt wohl leicht, dafs die sphärische Trigonometrie, für die im Vergleiche mit der Planimetrie nur sehr wenig gethan worden ist, auf diese Art eine nicht unbedeutende Bereicherung erhalten könnte.

Dr. Nauck.



Lith. u. Drk. von C. Hellfarth, Gotha.

Nachrichten über die Anstalt

von Ostern 1846 bis Ostern 1847.

A. Lehrverfassung.

I. Prima. Ordinarius Director Hartung.

1) Religion durch den Superintendenten Dr. Oehler in 2 Stunden. Sittenlehre und Glaubenslehre nach Bender von Anfang bis zum 8. Abschnitt. Lesung des Jesaias von c. 12—50 in der Uebersetzung und des Evangelii Johannis bis zur Hälfte im Urtext. — 2) Deutsche Sprache in 2 Stunden durch den Ordinarius. Die Uebungen in mündlichen Vorträgen standen im Zusammenhang mit der Leitung der Privatlectüre, eben so großentheils auch die schriftlichen Arbeiten, deren alle drei Wochen eine geliefert und corrigirt wurde, und nicht minder die gelegentlichen Belehrungen über den Gang der Literatur und die Eigenthümlichkeiten der Schriftwerke in Bezug auf Form und Inhalt. Mit dem Parzival des Wolfram von Eschenbach (nach Simrock) wurden die Schüler durch Vorlesung mehrerer Theile bekannt gemacht, und die Auswahl Goethescher Gedichte von Schäfer wurde erklärt. — 3) Lateinische Sprache in 8 Stunden durch den Ordinarius. Horazens Episteln von I, 16 an bis zur ars poetica und die Oden B. I. und II. wurden übersetzt und erklärt: die Oden des IV. Buchs wurden von den Schülern selbst nach der Reihe erklärt zur Uebung im Lateinsprechen und Disputiren. Das 10. Buch Quinctilians wurde statarisch und die Hälfte des 11. cursorisch gelesen, ferner auserlesene Briefe Cicero's von Weiske. Privatim wurden besonders Horazens Oden und Komödien des Terenz gelesen. Die Themata der lateinischen Ausarbeitungen, deren in der Regel alle 4 Wochen eine geliefert und corrigirt wurde, standen immer in Verbindung mit der Lectüre der Classiker. — 4) Griechische Sprache in 6 Stunden durch den Ordinarius. Euripides Phönissen, Ilias XIII—XVIII. incl. und dabei sechs andere Bücher privatim. Plato's Laches und Charmides, Thukydides B. VII. von c. 27 bis zu Ende. — 5) Hebräische Sprache in 2 Stunden durch Dr. Altenburg. Einige Capitel aus Jesaia, Josua, Genesis, Prophet Jonas und Psalmen. Exercitia nach Schröders Evangelien. — 6) Französische Sprache in 2 Stunden durch Oberlehrer Mücke, nach dessen Tode Herrn Archidiakonus Schwarze. Aus der Sammlung von Ideler und Nolte Stücke von Massilion, Flechier und Berquin u. s. w. Uebersetzungen in's Französische nach Gallois, und Sprechübungen. — 7) Philosophische Propädeutik in 2 Stunden durch Dr. Oehler. Psychologie mit Bezug auf Aesthetik

und Ethik, die Lehre vom Definiren und Eintheilen nach Trendelenburgs elem. log. Aristot. bis §. 40. — 8) Mathematik in 4 Stunden durch Dr. Nauck. Ebene Trigonometrie, Stereometrie, Logarithmen, Kettenbrüche und diophantische Gleichungen. — 9) Physik in 1 Stunde durch denselben. Mathematische Geographie im Sommer, im Winter die Lehre von der Wärme. — 10) Geschichte in 2 Stunden durch Oberlehrer Voigtland. Vom Anfang des dreißigjährigen Kriegs bis zum Tode Friedrichs II., sodann Anfang des Mittelalters: nach Schmidt's Lehrbuch.

II. Secunda. Ordinarius Oberlehrer Voigtland.

1) Religion in 2 Stunden durch Dr. Oehler. Moses B. I. und V. und mehrere Psalmen, die sich mit dem Inhalte des B. I. verbinden ließen, ferner das Evangelium Matthäi mit den wichtigsten Parallelen wurden in Luthers Uebersetzung gelesen, erklärt und einzelne Stellen memorirt. — 2) Deutsche Sprache in 2 Stunden durch Dr. Nauck. Die Chrestomathie von Bach wurde den mündlichen Vorträgen zu Grunde gelegt, die Privatlectüre geleitet, und alle 3 Wochen eine Ausarbeitung geliefert und corrigirt. — 3) Lateinische Sprache in 10 Stunden durch den Ordinarius. Virgils Aeneide B. I. und II. Livius B. XXX. Cicero pro Archia poeta und pro Ligario. Stylübungen nach Grysar u. s. w. nebst einigen freien Aufsätzen. Auserwählte Stücke von Cicero wurden memorirt. — 4) Griechische Sprache in 6 Stunden durch den Ordinarius. Odyssee B. XI. bis XV. incl. und dabei einige Bücher privatim. Es wird Sorge getragen, daß die Schüler in dieser Classe die ganze Odyssee, so wie in der Prima die ganze Ilias durchlesen. Xenophons Cyropädie B. III. Anabasis B. VIII. mit theilweiser Uebersetzung ins Lateinische. Einübung einiger Theile der Grammatik mit schriftlichen Correcturen. — 5) Hebräische Sprache in 2 Stunden durch Dr. Altenburg nach dem Lesebuch und der Grammatik des Gesenius. — 6) Französische Sprache in 2 Stunden durch Oberlehrer Mücke, nach dessen Tode Herrn Archidiakonus Schwarze. Charles XII. B. II. und ein Theil des III. Grammatik von Sanguin mit schriftlichen und mündlichen Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen. — 7) Mathematik in 4 Stunden durch Dr. Nauck. Proportionen, Aehnlichkeit geradliniger Figuren, Lehre vom Kreise, Gleichungen des zweiten Grades, Reihen und Progressionen, figurirte Zahlen. — 8) Physik wie in Prima. — 9) Geschichte und Geographie in 2 Stunden durch den Ordinarius. Geschichte der Macedonier und der Römer bis auf Cäsar. Nebenbei Wiederholung der ganzen Geschichte und der Geographie.

III. Tertia. Ordinarius Conrector Dr. Altenburg.

1) Religion wie in Secunda. — 2) Deutsche Sprache in 2 Stunden durch den Ordinarius. Erklärung der Lesestücke in Bachs Chrestomathie, dem für diese Classe bestimmten Theile, in mündlichen Vorträgen der Schüler. Alle 2 Wochen eine Ausarbeitung. — 3) Lateinische Sprache in 10 Stunden theils durch den Ordinarius und theils durch Inspector Orban. Ovids Metam. B. XIII. und XIV. mit Auswahl. Ciceronische Chrestomathie von Friedemann. Cäsars B. G. B. I. und II. Uebersetzungen ins Lateinische nach Hechel, Holzer und Walcker, wöchentliche Correcturen, Memorirübungen nach der Quedlinburger Sammlung und nach Roths Anthologie. — 4) Griechische Sprache in 6 Stunden theils durch den Ordinarius und theils durch Inspector Orban. In Jacobs Lesebuch die mythologischen Erzählungen, Europa, Asien und Afrika, in der Anthologie die Distichen und einige von den homerischen Stücken, mit Memorirübungen. Uebersetzungen aus dem Deutschen nach Rost's Anleitung zur Einübung der Casuslehre und der Construction der Präpositionen. — 5) Französische Sprache in 2 Stunden durch Oberlehrer Mücke, nach dessen Tode Herrn Orban. Die Formenlehre nach Sanguin. — 6) Mathematik in 3 Stunden durch Dr. Nauck. Von den Vierecken, insbesondere den Parallelogrammen, von Gleichflächigkeit, Verwandlung und Theilung geradliniger Figuren, pytha-

goreischer Lehrsatz, Gleichungen des ersten Grades und seine Anwendung, Potenzen und Wurzeln. — 7) Naturgeschichte in 2 Stunden durch Dr. Nauck. Im Sommer Botanik nach der Flora Hennebergica von Metsch, im Winter Mineralogie. — 8) Geschichte in 2 Stunden und Geographie in 1 Stunde durch den Ordinarius. Von Amerika's Entdeckung bis zur französischen Revolution nach Böttigers allgemeiner Geschichte für Haus und Schule. Geographie von Mitteleuropa und den übrigen vier Welttheilen nach Schacht. — 9) Gesang in 2 Stunden durch Cantor Heß.

IV. Quarta. Ordinarius Oberlehrer Mücke. Nach dessen Tode wurden dessen Lehrstunden unter die sämmtlichen Lehrer, mit Ausnahme des Herrn Superintendenten, vertheilt.

1) Religion in 2 Stunden durch Conrector Dr. Altenburg. Biblische Geschichte von Anfang bis zur Verklärung Christi nach Zahn §. 1—36. mit Erklärung und Memorirung von Bibelsprüchen und Liederversen. In Luthers Katechismus Artikel 2 und 3. — 2) Deutsche Sprache in 2 Stunden durch Inspector Orban. Das Lesebuch von Oltrogge wird erklärt, die Schüler im gefühlten Lesen und mündlichen und schriftlichen Nacherzählen geübt, und zur Abgewöhnung herrschender Fehler die Construction der Präpositionen und anderes praktisch geübt. — 3) Lateinische Sprache in 10 Stunden durch den Ordinarius. Cornelius Nepos, und zwar Iphikrates, Chabrias, Timotheus, Datames und Epaminondas. Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen nach Gröbel in Verbindung mit der Grammatik. Memorirübungen nach der Quedlinburger Sammlung. Wöchentliche Correcturen, zu denen das Deutsche dictirt wurde. — 4) Griechische Sprache in 6 Stunden durch den Ordinarius. Jacobs Elementarbuch und Rost's Anleitung zum Uebersetzen ins Griechische. Die Formenlehre bis zu den Verben auf μι incl. — 5) Mathematik in 3 Stunden durch Dr. Nauck. Decimalbrüche, entgegengesetzte Größen, Buchstabenrechnung. Die ersten Elemente der Geometrie bis zur Congruenz der Dreiecke incl. — 6) Naturgeschichte wie in Tertia. — 7) Geschichte und Geographie in 2 Stunden durch Conrector Dr. Altenburg. Vom Reichstag zu Augsburg bis auf die französische Revolution nach Bredow §. 51—60. Europa und besonders Deutschland, dann Asien nach Volger. — 8) Gesang in 2 Stunden durch Cantor Heß. — 9) Schönschreiben in 1 Stunde durch denselben. — 10) Zeichnen in 2 Stunden durch Reichard.

V. Quinta. Ordinarius Inspector Orban.

1) Religion in 2 Stunden durch Conrector Dr. Altenburg. Biblische Geschichte nach Zahn und Luthers Katechismus, wie in Quarta. In Zahn von §. 25—63. — 2) Deutsche Sprache in 4 Stunden durch Cantor Heß. Lesebuch von Oltrogge. Uebungen in gefühltem Lesen, in mündlichem und schriftlichem Nacherzählen, in der Orthographie und in grammatischer Richtigkeit. — 3) Lateinische Sprache in 10 Stunden durch den Ordinarius. Ellendts Lesebuch, Gröbel, und loci memoriales. — 4) Arithmetik in 3 Stunden durch Dr. Nauck. Praktisches Rechnen nach Marbachs Exempelbuch, und geometrische Formenlehre. — 5) Naturgeschichte in 2 Stunden durch Cantor Heß. Im Sommer Botanik nach der Flora von Thüringen und Henneberg, im Winter Zoologie nach Goldfußens Atlas. — 6) Geographie und Geschichte in 3 Stunden durch Cantor Heß. Europa und speciell Deutschland, Asien und Afrika nach Volger. Geschichte vom Beginn bis auf August, nach Bredow. — 7) Schönschreiben in 3 St. durch denselben. — 8) Gesang in 2 St. durch denselben. — 9) Zeichnen in 2 St. durch Reichard.

Die **gymnastischen Uebungen** wurden im Sommersemester an den Mittwochen und Sonnabenden, wenn die Witterung nicht hinderte, unter Leitung des Mathematicus Dr. Nauck gepflogen.

In den **Zusammenkünften der Lehrer** zu wissenschaftlicher Unterhaltung wurden Theokrits sämmtliche Gedichte gelesen.

B. Themata zu den schriftlichen Ausarbeitungen der Schüler von Ostern 1845 bis Michaelis 1846.

I. in Tertia.

Lob des Schnees. — Welche Folgen hat die Einführung des Ackerbaues gehabt? nach Schillers Gedicht: das eleusische Fest. — Midas hat Eselsohren. Ovid. Metam. XI, 146 sqq., oder: Urtheile nicht über Dinge, die du nicht verstehest. — Versenkung des Nibelungenhortes. — Chrie: Höre viel, rede wenig. — Welche Aehnlichkeit und Verschiedenheit hat die Erzählung von dem Verfahren des samnitischen Führers Pontius in den caudinischen Engpässen gegen die Römer mit der von dem Verfahren des Propheten Elisa gegen die Syrer? 2 Kön. 6, 8—23. — Ceyx und Halcyone. Ovid. Met. XI, 410 sqq., oder: der Schiffbruch. — Der wilde Jäger, Ballade von Bürger. — Ein Brief: Wie habe ich meine Ferien hingebracht? — Leonardo da Vinci, Ballade von Schlegel. — Freigewählte Armuth und unverschuldete Armuth hat nichts Drückendes. — Freuden des Herbstes. — Vergleichung der Opferung Isaaks mit der der Iphigenie auf Aulis. 1 Mos. 22, 1—18. Ovid. Met. XII, 24—36. — Schilderung der Fama nach Ovid und Virgil. Ovid. Met. XII, 39—63. Virg. Aen. 4, 174—188. — Die wieder gefundenen Söhne, Legende von Herder. — Vergleich der Parabel von Friedrich Rückert (Bachs Lesebuch p. 171) mit der Erzählung von den drei Ringen in Lessings Nathan dem Weisen. Act. 3, sc. 5—7. — Chrie: Ein gut Gewissen ist ein sanftes Ruhekissen. — Warum freue ich mich auf den Winter? — Lob des Landlebens, oder der glückliche Bauer, nach Claudius, Bachs Lesebuch p. 203. no. 112. — Die Blokade von Marseille. Caes. b. c. 2, 1—16. — Der Tod des Achilles. Ovid. Met. XII, 580—628. — Beispiele von Undank gegen berühmte Männer. — Wer ist größer, derjenige, der große Thaten thut (Ajax), oder der zu großen Thaten antreibt (Ulysses)? Ovid. Met. XIII, 1 sqq. — Schilderung des Frühlings (nach Kleist). — In wiefern lassen sich Achilles und Siegfried mit einander vergleichen? — Unsere Turnfahrt. — Werth und Macht der Musik, mit Rücksicht auf Hagens und Volkers Schildwacht im Nibelungenlied, Strophe 8 ff., und Gudrun, siehe Bachs Lesebuch p. 21. — Hekuba nach Ovid. Metam. lib. XIII, 405 sqq. — Wie gedenke ich die (Sommer-) Ferien hinzubringen? (Probearbeit). — Wer ist mehr zu beklagen, der Blindgeborne oder der Taubgeborne? — Rahab, die Landesverrätherin. Josua c. 2. — Kampf mit dem Drachen. (Probearbeit.)

II. in Secunda.

Nacht muß es sein, wenn Friedlands Sterne leuchten. (Schiller.) Wer in der Nacht nicht leuchten kann, der ist kein Stern. (Rückert.) — Eine selbstgewählte Charakteristik. — Ein gescheuter Mensch vollendet seine Bildung am besten auf Reisen. — Poetische Aufgabe: Frühlingsgruß an den entfernten Freund. — Der Mann des Volkes. — Charakteristik des Trägen. — Columbus, ein Mann der Zeit. — Charakteristik des Thüringer Waldes. — Ubi bene, ibi patria und ubi patria, ibi bene. — Rede beim Octoberfeuer an die Mitschüler. — Gedicht zum 18. October. — *Τὸ καλὸν οὐκ ἐν πλήϑει, ἀλλ' ἐν ἀρετῇ.* — Quanti quisque sit, non quantum prosit, ponderandum est. — Dasselbe in Form einer Charakteristik. — Mein Steckenpferd. — *Σπάρτην ἔλαχες, ταύτην κόσμει!* — Was gelten soll, muß wirken und muß dienen. — Was Hänschen nicht lernt, wird Hans lernen müssen. — Ueber das Glück, gute Eltern zu haben. — Wer ist mehr zu beklagen, der Blindgeborne oder der Taubgeborne? — Die Erinnerung und die Hoffnung begleiten wohlthuend den Menschen durch das Leben. — Ueber den Selbstmord. — Die Gefahren der Armuth (Probearbeit zu Johanni). — Das Glück hat auch seine Gefahren. — Charakterschilderung der beiden Brüder in Schillers Braut von Messina. — Die Freude kann nur aus dem Schmerz, der Genuß nur aus den Mühen geboren werden.

Zu lateinischen Aufsätzen der Secundaner.

De C. Iulii Caesaris clementia in adversarios quid sit iudicandum. — Traianum imperatorem praestitisse et morum probitate et rerum gestarum gloria. — Fortuna quam fluxa et fragilis sit, optime probatur Cn. Pompeii rerum ac vitae exitu. — Senibus antiquissimis temporibus praecipuam fuisse auctoritatem probatur Homeri carminibus. — Cato Priscus alienae laudi obtrectando suam ipsius gloriam imminuit. — De Scipionis Aemiliani abstinentia. — Cur Leonidas certior factus, se ab hostibus circumveniri, e Thermopylis sese non receperit.

III. zu den lateinischen Arbeiten der **Primaner.**

De Simonis, qui est in Terentii Andria, moribus et consiliis. — Honesti sunt parentes qui ad honesta liberos instituunt, nach Horaz. — Niciae oratio, nach Thukyd. VI, 9—14. freie Nachbildung. — De Thrasonis, qui est in Terentii Eunucho, moribus. — De Socratis ingenio, moribus atque sententiis, nach Plato's Apologie. — Socrates hanc viam ad gloriam proximam et quasi compendiariam dicebat esse, si quis id ageret, ut, qualis haberi vellet, talis esset. Cic. off. II, 12. — Commentatio ad Horatii verba: Res gerere et captos ostendere civibus hostes Attingit solium Iovis et coelestia tentat; Principibus placuisse viris non ultima laus est. — Qualem fautoribus se Horatius praebuerit. — In moribus Demeae et Micionis quid sit rectum, quid vitiosum, ostendatur.

Zu den deutschen Arbeiten der Primaner.

Lob des Gesanges. — Was soll man lesen und wie soll man lesen? — — *πᾶν γὰρ ἐξαιρεῖ λόγος ὃ καὶ σίδηρος πολεμίων δράσειεν ἄν.* — Freie metrische Uebersetzung aus den Phönissen des Euripides. — Wie muß ein wahrer Freund beschaffen sein? — Lob der Beschäftigung (nach der letzten Strophe des Schiller'schen Gedichtes „Ideale"). — Mehrere Aufgaben über Sharpears Coriolan, z. B. a) Coriolan verglichen mit Achill und Meleager; b) Coriolans Verhältniß zu seiner Mutter; c) ist Coriolan stolz und ehrgeizig? d) über Anachronismen und Abweichungen von der Geschichte. — Ueber die Eitelkeit nebst Schilderung eines Eitlen. — Ueber „erlaubt ist was gefällt", und „erlaubt ist was sich ziemt", oder über das Schöne und das Rechte. — „Es bildet ein Talent sich in der Stille, Sich ein Charakter in dem Strom der Welt!" — Metrische oder auch gereimte Uebersetzung aus der Hekabe des Euripides. — „Du sehnst dich weit hinaus zu wandern, Bereitest dich zu raschem Flug: Dir selbst sei treu und treu den Andern, Dann ist die Enge weit genug." — Fiesko oder die Herrschbegierde, Charakterschilderung nach Schiller. — Eine Ausarbeitung oder ein Gedicht über ein selbstgewähltes Thema. — Ueber Sitte und Lebensart. — *Τῆς ἀρετῆς ἱδρῶτα θεοὶ προπάροιθεν ἔθηκαν.* — Ein Gedicht. Es wurden ohngefähr ein Dutzend Themata vorgelegt, aus denen der Schüler zu wählen hatte. (Ferienaufgabe.) — „Kein Mensch muß müssen." — Gedächtnißrede auf Luther. — Was nicht tugendhaft ist kann nicht nützlich sein, nach Cicero.

C. Mittheilungen aus den hohen Verfügungen.

Unter dem 11. resp. 16. Febr. 1846 werden vom Königlichen Hohen Ministerio zwei mathematische Schriften von E. Adams dem Lehrer der Mathematik zur Beachtung empfohlen.

Unter dem 16. März Benachrichtigung, daß der Turnlehrer Eiselen in Berlin zwei sechswöchentliche Curse zur Anleitung der Turnlehrer einrichte, und Aufforderung zur Benutzung dieses in die Ferienzeiten fallenden Unterrichts. Herrn Dr. Rauck wurde vom Königlichen Hohen Ministerio eine Reiseunterstützung von 70 Thlr. gewährt, um diesen Unterricht benutzen zu können.

Unter dem 30. März wird dem Zeichnenlehrer Herrn Reichard eine Gratification von 15 Thlr., und dem Herrn Gymnasiallehrer Voigtland eine dergleichen von 30 Thlr. gnädigst zuertheilt. Zu gleicher Zeit wird dem Herrn Voigtland der Titel eines Oberlehrers unter wohlgeneigten Ausdrücken beigelegt.

Unter dem 8. April Anordnung einer besonderen Prüfungscommission für solche Inländer, welche entweder auf auswärtigen Lehranstalten oder privatim ihren Unterricht empfangen haben, und behufs der Bewerbung um Anstellung im öffentlichen Dienste, für welchen die Beibringung eines Maturitätszeugnisses nicht erforderlich ist, das Zeugniß einer diesseitigen höheren Lehranstalt bedürfen, und namentlich auch für die Feldmesser. Zu Mitgliedern dieser Prüfungscommission werden durch hohe Verfügung vom 16. Septbr. außer dem Director der Oberlehrer Voigtland und der Mathematikus Dr. Nauck ernannt. Als Gebühren haben die Examinanden 4 Thlr. zu entrichten.

Unter dem 11. März Empfehlung des Auszuges aus dem Zeichnenunterrichte von Hippius, erschienen bei Graß, Barth et Comp. zu Breslau.

Unter dem 25. April Einladung zur Subscription auf die Bearbeitung der Geschichtschreiber der deutschen Vorzeit, welche unter dem Schutze seiner Majestät des Königs zu Berlin veranstaltet wird.

Unter dem 28. April Circulare des Königlichen Hohen Ministerii über die Einheit im Gebrauche lateinischer und griechischer Grammatiken.

Unter dem 20. Mai Rundschreiben des Herrn General-Superintendenten Dr. Möller über die hohe Bedeutung, welche das deutsche Kirchenlied in den Schulen einnimmt, und über die von dem Lehrercollegium der Klosterschule U. L. Fr. zu Magdeburg gemachte Sammlung.

Unter dem 5. resp. 20. Mai über die Wiederholung der Maturitätsprüfung. Die nicht für reif erklärten Abiturienten können die Prüfung bei jedem späteren Termine wiederholen, so lange sie nicht die Universität bezogen haben. Die letzteren dagegen können die Prüfung nur einmal, aber nicht öfter wiederholen, wenn sie bei der philosophischen Facultät inscribirt sind. Die, welche, ohne noch irgend einer Maturitätsprüfung sich unterzogen zu haben, Vorlesungen hören, bedürfen einer speciellen Genehmigung des Königlichen Ministerii der geistlichen-, Unterrichts- und Medicinalangelegenheiten, um zur Prüfung zugelassen zu werden.

Unter dem 8. Juni Empfehlung der Gedichtsammlung Borussia von Lehmann.

Unter dem 26. Juni Mittheilung eines Exemplares der gedruckten Bestimmungen 1) über die Organisation und den Geschäftsgang der Militärexaminations-Commission u. s. w.; 2) für die in Folge der Verordnung vom 3/4. Febr. 1844 auszuführende Umgestaltung der Divisionsschulen.

Unter dem 17. Juli Aufforderung, ein Verzeichniß der in der hiesigen Gymnasialbibliothek etwa befindlichen Handschriften einzureichen zum Behuf einer für die Königliche Bibliothek zu Berlin auszufertigenden Nachweisung über die Handschriften sämmtlicher Bibliotheken in den Königlichen Staaten.

Unter dem 15. Septbr. wird vom Königlichen Hohen Ministerio dem Herrn Septimus Rolle in Folge der Verwendung des Königlichen Hochwürdigen Provinzial-Schul-Collegii eine Unterstützung von 100 Thlr. Cour. zur leichteren Berichtigung der Retardatzinsen behufs seines Beitritts zur allgemeinen Wittwen-Verpflegungsanstalt gnädigst zugesichert.

Unter dem 3. October Empfehlung der Modelle des Künstlers L. Müller in Breslau von einigen Theilen des menschlichen Körpers.

Unter dem 9. Novbr. Mittheilung eines Auszuges aus einer in den neuen Jahrbüchern für Philologie und Pädagogik (herausgegeben von M. Jahn und Professor Klotz. B. 44. Heft 4. 1845. Seite 473 folgg.) befindlichen Recension des Lehrplans des Herzoglichen Francisceums in Zerbst, mit der Aufforderung, die daselbst zur Sprache gebrachten Uebelstände in der Lehrerconferenz sorgfältig zu erwägen und im Jahresbericht Vorschläge zu machen, wie denselben abzuhelfen sein möchte.

Unter dem 29. Decbr. über die Bildung eines Pensions-Fonds für die Lehrer der Gymnasien und die von nun an von diesen zu leistenden Beiträge zum allgemeinen Civil-Pensions-Fonds.

D. Chronik.

Sogleich mit dem Schlusse des vorigen Schuljahres schied der Alumneninspector Herr Dr. Müller aus dem Lehrercollegium aus, durch hohe Verfügung vom 18. März an das Königliche Gymnasium in Halberstadt berufen. In ihm verlor die Anstalt einen vielseitig gebildeten Mann von eifrigem Streben und edler Denkungsweise. An seine Stelle wurde durch dieselbe hohe Verfügung Herr Schulamtscandidat Orban, ein ehemaliger Schüler unserer Anstalt, vom Gymnasium zu Halberstadt, woselbst er als Hilfslehrer thätig gewesen, hierher berufen. Dieser trat sogleich mit Beginn des Semesters ein, wurde einige Wochen darauf in Gegenwart des Lehrercollegii vom Director vereidigt, und verwaltet sein Amt sowohl mit Geschick als Treue.

Das neue Schuljahr wurde am 20. April in der gewöhnlichen Weise eröffnet. Im Juni wurde eine Turnfahrt nach Schwarzburg und Blankenburg unter Leitung des Directors, des Mathematikus Dr. Nauck, des Inspectors Orban und des Cantors Heß ausgeführt. Die Sommerferien währten vom 12. Juli bis zum 1. August. Die Abiturientenprüfung wurde am 5. Septr. im Beisein und unter Leitung des Königlichen Provinzialschulraths Hrn. Dr. Schaub aus Magdeburg gehalten. Das aus früheren Zeiten herstammende Wacholderfest ist seit zwei Jahren aufgehoben, und dafür diesmal ein Ausflug auf die Gleichberge in Begleitung der meisten Lehrer gemacht worden. Das Sommersemester wurde am 26. September geschlossen und die Herbstferien begonnen.

Am 1. Februar feierte Herr Conrector Dr. Altenburg sein 25jähriges Dienstjubiläum im Kreise der Collegen. Dieser frohen Feier folgte bald ein trauriges Ereigniß: denn am 7. Febr. wurde dem Gymnasium der Oberlehrer Mücke plötzlich durch den Tod entrissen. — Moritz Eduard Mücke war geboren zu Schleusingen am 14. März 1802, und wurde auf unserem Gymnasium für die Universität vorgebildet. Er studirte zu Halle und Leipzig in den Jahren 1821—1824, begab sich sodann in die französische Schweiz, um als Lehrer an einem dortigen Institut (zu Orbe im Canton de Vaud) mitzuwirken. Von da im Jahr 1826 zurückgekehrt, bestand er die theologische Prüfung in Magdeburg. Zu Anfang des Jahres 1831 wurde er am hiesigen Gymnasium als Inspector der Alumnen und fünfter Lehrer angestellt. Später rückte er zum vierten, und sodann zum dritten Lehrer auf: vertauschte aber im Jahr 1838 wiederum freiwillig die dritte Classe mit der vierten, weil er einsah, hier vortheilhafter zum Besten des Ganzen wirken zu können. Auch ertheilte er stets den französischen Unterricht am ganzen Gymnasium. Er hat bis zum letzten Tage seines Lebens seinen Berufsgeschäften treu und fleißig obgelegen, und war stets ein sowohl energischer als auch für das Beste seiner Schüler besorgter Lehrer und von ausgezeichneter Gewissenhaftigkeit. Verfaßt hat er zwei Programme: de studio linguae Francogallicae und de vita Walchii.

Herr Archidiakonus Schwarze hatte die Güte den französischen Unterricht in Prima und Secunda zu übernehmen: den in Tertia besorgte Herr Inspector Orban; die Lehrstunden in Quarta wurden unter sämmtliche Lehrer mit Ausnahme des Herrn Superintendenten Dehler vertheilt.

E. Statistische Uebersicht.

Die Schülerzahl betrug im Sommersemester 90, indem 12 in Prima, 11 in Secunda, 17 in Tertia, 26 in Quarta und 24 in Quinta sich befanden. Im Wintersemester waren 10 in Prima, 12 in Secunda, 16 in Tertia, 26 in Quarta und 24 in Quinta, zusammen 88. Die Vorschule außerdem zählte 13 Schüler. Aufgenommen wurden im Laufe des Schuljahrs 12, ausgetreten sind 16. Davon sind 6 nach bestandener Prüfung theils zur Universität abgegangen, und theils zu anderen Bestimmungen übergegangen, nämlich 1) August Hammer aus Erfurt widmete sich dem Postwesen; 2) Eduard Lommer aus Wichmar ging nach Jena, um Theologie zu studiren; 3) Carl Hindorf aus Leiden in Kurland widmete sich dem Bauwesen; 4) Richard Ruckdäschel aus Ziegenrück ging nach Jena, um Philologie und Theologie zu studiren; 5) August Heußinger von hier ging nach Berlin, um Theologie zu studiren; 6) Bernhard Spanaus aus Pößneck ging an das Herzoglich-Meiningische Gymnasium in Hildburghausen über, um die Maturitätsprüfung in seinem Vaterlande abzuwarten, welche herkömmlicher Weise nicht erlassen wird. Zwei andere Schüler der obersten Classen sind an das Großherzogliche Weimarsche Gymnasium in Eisenach übergegangen, um gleichfalls die Prüfung in ihrem Vaterlande zu bestehen. Ein Abiturient ist nach Greifswalde abgegangen, Medicin zu erlernen. Die übrigen, und darunter mehrere aus der obersten Classe, haben sich anderen Berufsarten zugewendet.

Der **Lehrapparat** hat folgenden Zuwachs erhalten: 1) durch Geschenke des Königlichen Ministerii der geistlichen-, Unterrichts- u. s. w. Angelegenheiten: Corpus scriptorum historiae Byzantinae. Zonaras, vol. II. — Luther-Denkmale und Luthers Tod und Begräbniß von Dr. Förstemann. — Spruners historisch-geographischer Atlas, 9te und 10te Lieferung. — Rheinisches Museum für Philologie. 4ter Band in 4 Heften. — Crelle's Journal für reine und angewandte Mathematik. Band 30. 31. 32. — Corpus reformatorum, herausgegeben von Bretschneider. Band 13. — Die Germanen und die Griechen, von Kuithan. — Ueber die geschichtliche Bedeutung der pensée Pascal's für die Religionsphilosophie, von Neander. — Monhemii catechismus, ed. Sack. — 2) durch Ankäufe mittelst des Walchischen und Daulingischen Fonds: Wachsmuth hellenische Alterthumskunde. Bd. II. — Flora von Thüringen. Heft 59—74. — Curtius über die Akropolis von Athen. — Beckers Gallus oder römische Scenen aus der Zeit Augusts mit Kupfertafeln. 1838. 2ter Band. — Des Longos Daphnis und Chloe, griechisch und deutsch von Passow. — Nachtrag zu C. Glasers topisch-physikalischem Atlas. Mannheim 1844. — Humboldts Kosmos, 1ster Band. — Alterthumswissenschaft, herausgegeben von Bergk und Cäsar, vierter Jahrgang. 1846. — *Μυθογράφοι*, scriptores poeticae historiae graeci, ed. A. Westermann. 1843. — Hephaestionis Alex. enchiridion ed. Gaisford, editio nova et auctior. Lips. 1832. — A. Persii Flacci satirae ed. G. Jahn. 1843. — J. Hillebrand's deutsche Nationalliteratur. Th. I. — Museum des rheinisch-westphälischen Schulmännervereines. Bd. IV. — G. M. Schmidt diatribe in dithyrambum. 1845. — Turnlehre von Kloß. — Bernhardy's Grundriß der griechischen Literatur, 2ter Bd. 1845. — Bode's Geschichte der hellenischen Dichtkunst, 1ster und 2ter Band. — Sohr's Atlas, Lief. 16. — Lepsius Geschichte der Bischöfe des Hochstiftes Naumburg. — Dictionaire von Bayle, 4 Bände. — C. Adams harmonische Verhältnisse, ein Beitrag zur genaueren Geometrie, 1845.

Für die Schülerbibliothek sind folgende Werke angekauft worden: Shakspear's Werke von Tieck und Schlegel. Bd. 9—12. — Herders sämmtliche Werke, Stuttgart und Tübingen bei Cotta, 1827—1830. — Gödeke's deutsche Dichter der Gegenwart. — Das Nibelungenlied von Simrock. — Walther von der Vogelweide, herausgegeben von Lachmann. — Schwabs Sagen des klassischen Alterthums, 3 Bände. — Bechsteins Mährchenbuch. — Plutarchs Biographien, deutsch, 5tes und 6tes Bändchen. — Als Geschenke erhielt dieselbe von Herrn Pfarrer Hindorf in Farnstädt: Hausschatz deutscher Prosa, Theorie des deutschen prosaischen Styls u. s. w. von O. L. B. Wolff. Leipzig 1846. — Lehren der Alten über die Dichtkunst durch Zusammenstellung mit denen der besten Neueren, erklärt von J. A. Hartung. 1845.

Der Gymnasialbibliothek wurde vom Herrn Oberpfarrer Werther in Suhl geschenkt dessen Sieben Bücher der Chronik der Stadt Suhl, erster und zweiter Band.

F. Ordnung der öffentlichen Prüfungen.

Dienstags den 23. März von 8—10 Uhr Vormittags Prüfung der beiden Elementarclassen; von 11—12 Uhr Prüfung der Vorschule.

Mittwochen den 24. März Prüfung der Gymnasialclassen.

A. Vormittags von 9 Uhr an

1) Religion in Secunda und Tertia durch Dr. Oehler.
2) Geographie in Quinta durch Cantor Heß.
3) Geschichte in Prima durch Oberlehrer Voigtland.
4) Mathematik in Quarta und Secunda durch Dr. Nauck.
5) Latein in Quinta durch Inspector Orban.
6) Latein in Quarta durch Dr. Hartung.
7) Griechisch in Quarta durch Inspector Orban.

B. Nachmittags von 2 Uhr an

1) Latein in Tertia durch Dr. Altenburg.
2) Griechisch in Tertia durch Inspector Orban.
3) Latein und Griechisch in Secunda durch Oberlehrer Voigtland.
4) Latein und Griechisch in Prima durch Dr. Hartung.

Donnerstags den 25. März Nachmittags von 2 Uhr an die Schlußfeierlichkeit.

1) Chor aus der Schöpfung von Haydn.
2) Scenen aus der Medea des Euripides, nach einer Uebersetzung des Directors vorgetragen von Schülern der beiden obersten Classen und mit einer Einleitung vom Abiturienten Bornmüller.
3) Chor.
4) Rede des Directors und Entlassung der Abiturienten.
5) Duett und Chor.

Uebersicht der statistischen Verhältnisse im Schulj. 1846—47.

Lehrer-Collegium.	Allgemeiner Lehrplan.							Verhältnisse der							
	Fächer.	Classen und Stunden.						Schüler.					Abiturienten.		
		Prima.	Secunda.	Tertia.	Quarta.	Quinta.	Summa.	In den Classen	waren	wurden aufgen.	wurden entlass.	sind jetzt	Entlassen sind	Studiren wo?	was?
Director und Professor	Lateinisch	8	10	10	10	10	48	I.	13	6	9	10	1	—	Postwesen.
Dr. Hartung.	Griechisch	6	6	6	6	—	24								
Superintendent Dr.	Deutsch	2	2	2	2	4	12	II.	12	9	9	12	1	Halle	Bauwesen.
Oehler.	Hebräisch	2	2	—	—	—	4						1	Jena	Theologie.
Conrector Dr. Alten-	Französ.	2	2	2	—	—	6	III.	14	13	11	16			
burg.	Religion	2	2	2	2	2	10						1	Jena	Philologie.
Oberlehrer Mücke.	Philosoph.	2	—	—	—	—	2	IV.	22	17	13	26	1	Berl.	Theologie.
Oberlehrer Voigt-	Mathem.	4	4	3	3	3	17								
land.	Naturk.	1	1	2	2	2	8	V.	31	12	19	24	1	—	Theologie.
Mathematicus Dr.	Geschichte	2	3	3	2	3	13								
Nauck.	Geograph.														
Alumneninspector	Kalligr.	—	—	2	2	2	6	Sa.	92	57	61	88	6	Sa.	
Orban.	Singen	—	—	2	2	2	6								
Cantor Heß.	Zeichnen	—	—	—	2	2	4								
Zeichnenlehrer Rei-	Summa	31	32	32	32	31	158								
chard.															

Zu den angezeigten Prüfungen und Vorträgen beehre ich mich alle Freunde der Jugendbildung ergebenst einzuladen.

Das neue Schuljahr beginnt mit dem 11. April. Die Neuaufzunehmenden haben sich ein paar Tage vorher hier einzufinden.

Dr. **Hartung.**